

毛竹的异质性空间点格局分析

时培建¹, 郭世权², 杨清培^{3,*}, 王 兵⁴, 杨光耀³, 方 楷³

(1. 中国科学院动物研究所, 北京 100101; 2. 湖南省隆回县教育科学教研室, 隆回 422200;

3. 江西农业大学江西省竹子种质资源与利用重点实验室, 南昌 330045; 4. 中国林业科学研究院森林生态环境与保护研究所, 北京 100091)

摘要:毛竹是一种重要的经济用材, 研究其空间分布格局有益于对其空间发生进行预测。选取了一块空间肥量分布不均的毛竹样地, 使用异质性空间点格局分析方法对毛竹的空间分布进行了研究, 结果发现毛竹在给定的距离尺度下呈现出显著的泊松分布, 而并不是聚集分布。同时选用二元二次方程拟合观察的数据, 发现对毛竹强度的拟合优度较高。研究揭示出异质性空间环境中毛竹的分布特点, 潜在地表明土壤肥量的空间分布对毛竹空间分布的影响, 对毛竹的集约化经营具有重要的指导意义; 同时, 鉴于国内生态研究中较少采用异质性空间点格局分析方法, 研究对于推动这种方法在国内生态学研究中的普及还具有一定的参考价值。

关键词:异质性点格局; K 函数; 核估计; Monte-Carlo; 毛竹

Inhomogeneous spatial point pattern analysis of moso bamboo (*Phyllostachys edulis*)

SHI Peijian¹, GUO Shiquan², YANG Qingpei^{3,*}, WANG Bing⁴, YANG Guangyao³, FANG Kai³

1 Institute of Zoology, Chinese Academy of Sciences

2 Institute of Educational Science of Longhui County, Hunan Province, Longhui 422200, China

3 Jiangxi Provincial Key Laboratory for Bamboo Germplasm Resources and Utilization, Jiangxi Agricultural University, Nanchang 330045, China

4 Institute of Forest Ecology Environment and Protection, Chinese Academy of Forestry, Beijing 100091, China

Abstract: Moso bamboo is a plant of significant economic importance. The study of moso spatial distribution is beneficial in order to calculate potential distribution patterns. The spatial distribution of a moso bamboo forest area, comprising of varying levels of fertilization, was researched using inhomogeneous spatial point pattern analysis. The results show a significant scattered distribution pattern, without clustering formation. For obtaining the intensity of moso bamboo, the quadratic equation in 2 variables is used to fit the observed data, and the goodness-of-fit of moso bamboo intensity is satisfactory. This study illustrates the spatial distribution patterns of moso bamboo, as well as the latent potential of varying levels of fertilizer on the spatial distribution of moso bamboo. This has particular significance when considering intensive management practices within bamboo plantations. Moreover, in light of the lack of domestic ecosystems research considering heterogeneous point pattern analysis, this research aims to extensively popularize the adoption of the methodology throughout domestic ecological research.

Key Words: inhomogeneous point pattern; K function; kernel estimation; Monte-Carlo simulations; moso bamboo

空间点格局分析起源于植物生态学研究^[1], 是数学生态学的新兴领域。我国学者张金屯教授^[2]最早向国内生态学界介绍了 Ripley 提出的 K 函数^[3], 这个函数是空间点格局分析的基础, 属于经典的研究方法, 许多空间点格局分析的新方法都是建立在这个函数的基础上或者是受到这个函数启发而发展的。Ripley 提出

基金项目: 国家林业科技支撑计划课题(2006ABD03A0703); 江西省教育厅科学技术研究项目(GJJ08192)

收稿日期: 2009-07-11; **修订日期:** 2009-11-09

* 通讯作者 Corresponding author. E-mail: Qingpeiyang@126.com

的 K 函数是建立在完全空间随机化 (CSR) 假设的前提下, 即假设被研究的空间具有同质性。国外一些学者致力于发展能适应研究流行病学的空间点格局分析方法, 使空间点格局分析方法得到了进一步丰富和完善, 其中 Diggle 和 Chetwynd^[4] 受到 Cuzick 和 Edwards^[5] 对异质性群体聚集性研究的启发提出了异质性群体聚集的二阶分析方法。这种方法除了需要有观测组的坐标外, 还需要在研究区域内随机抽取一部分处于风险之中的群体作为控制组, 采用一定的统计方法, 根据控制组的空间分布特征来推断观测组的空间分布特征。Diggle 和 Chetwynd 的研究方法不仅可以用于流行病学上, 还可以广泛应用于其他研究领域, 例如此方法曾被用于对俄克拉荷马州白人与黑人偷窃案例的研究^[6]。Baddeley 等人^[7] 则不使用控制组而直接扩展了 Ripley 提出的 K 函数, 发展出异质性环境中的 K 函数。Diggle 等人^[8] 又在 Baddeley 等人研究的基础上, 提出了一种新的采用控制组的二阶分析方法, 这种分析融入了广义线性模型和广义相加模型, 使分析方法更具弹性。此外, Gabriel 和 Diggle^[9] 还在异质性环境中的 K 函数基础上扩展了以往提出的同质性环境中的时空点格局分析方法^[10], 设计出异质性环境中的时空点格局分析方法。

尽管在许多情况下, 相对于一些植物而言, 研究区域可以被近似看作为空间同质性的, 例如研究区域面积较小的草本植物, 但是分布在空间异质性环境中的植物也是普遍存在的, 例如分布在不同施肥土壤中的植物、分布在马赛克地形中的植物, 等等。为此, 将异质性空间点格局分析方法引入到植物生态学研究是十分必要的。

毛竹 (*Phyllostachys edulis*) 是一种在我国南方普遍分布的、具有重要经济用途的植物, 对其空间分布类型的研究较少, 而空间异质性对毛竹分布有重要影响, 例如降水量、温度、光照、土壤肥力对毛竹分布有重要影响^[11-13]。然而对其空间分布规律的研究较少, 尤其是空间异质性环境条件下毛竹分布规律研究就更为鲜见, 为此, 本文集中分析毛竹异质性空间分布规律, 对于分析异质性环境中植物的空间分布研究具有一定理论意义, 同时因为这种分析具有一定的预测功能, 对于毛竹林的集约经营与精细施肥提供重要的指导作用。此外本文也旨在推动异质性空间点格局分析方法在国内生态学研究中的广泛应用。

1 方法简介

1.1 异质性环境中空间聚集性的二阶分析方法

假设被研究对象构成观测组, 它是由研究区域内所记录的若干点坐标构成的集合; 在同一研究区域内选取另外若干点坐标的集合构成控制组, 选取的依据在于控制组事件是可以潜在地形成观测组事件。例如一定区域内患上原发性胆汁肝炎的人群的记录地点是观测组, 而此区域内的人群居住地理位置随机抽取一部分就可以作为控制组, 因为这些人可能潜在具有发生原发性胆汁肝炎的风险^[14]; 再如一定区域内记录的某个树种成体坐标构成观测组, 而此树种的幼苗坐标可以作为控制组, 因为幼苗可以潜在形成成体^[8]。Diggle 和 Chetwynd 提出了 K_y 函数, 这个函数的定义如下:

$$K_y(d) = \lambda_j^{-1} E[n_{ij}] \quad (1)$$

式中, n_{ij} 表示距离第 i 组任一事件长度小于等于 d 的所有第 j 组事件的数量, 其中 d 称为距离尺度。 $j=1$ 代表观测组, $j=2$ 代表控制组。很明显 $K_{11}(d)$ 和 $K_{22}(d)$ 分别代表观测组和控制组的 K 函数。这种方法的核心是根据控制组的空间分布特征来推断观测组的空间分布特征, 如果两组数据的空间分布特征相同, 则有:

$$k_{11}(d) = k_{22}(d) = k_{12}(d) \quad (2)$$

令 $D(d) = K_{11}(d) - K_{22}(d)$, 则其理论值应为 0, 大于 0 则表示观测组呈现出空间聚集性。但是由于理论值一般不明, 所以要用估计值来近似代替理论值。 $D(d)$ 的估计值如果是一个较明显的正值 (相对于模拟得到的包迹线上限而言), 则说明观测组呈现出空间聚集性。

$$\begin{aligned} \hat{D}(d) &= \hat{K}_{11}(d) - \hat{K}_{22}(d) \\ \hat{K}_{11}(d) &= \frac{|A|}{n_1(n_1 - 1)} \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_1} w_{ij} I(d_{ij} \leq d) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}\hat{K}_{22}(d) &= \frac{|A|}{n_2(n_2-1)} \sum_{i=n_1+1}^n \sum_{j=n_1+1}^n w_{ij} I(d_{ij} \leq d) \\ \hat{K}_{12}(d) &= \frac{|A|}{n(n_1-1)(n_2-1)} \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=n_1+1}^n (n_2 w_{ij} + n_1 w_{ji}) I(d_{ij} \leq d)\end{aligned}\quad (4)$$

式中,带小尖号的字母表示估计值; n_1 表示观测组中点的数量; n_2 表示控制组中点的数量; n 表示观测组中与控制组中点的数量之和; $|A|$ 表示研究区域面积; w_{ij} 和 w_{ji} 表示边缘校正权重; $I(d_{ij} \leq d)$ 表示指示器函数,当括号内不等式成立时,其值为1,否则其值为0。

Diggle 和 Chetwynd 还设计了一种检验观测组空间聚集性的显著性测试方法,主要思想是通过随机重排观测组和观测组的标签,每次重排求出 $D(d)$ 的估计值,假设重排了 $r-1$ 次,计算得到 $r-1$ 个 $D(d)$ 的估计值,将这些结果排成有序数列,确定由观测组计算得到 $D(d)$ 的估计值在这个数列中的位置,假设它排在第 k 位,则检验显著性水平的 p 值就为 k/r 。零假设是观测组不存在空间聚集性,若 p 值小于 0.05,则排斥零假设。此重排过程被称之为蒙特-卡罗模拟,这种检验方法被称之为蒙特-卡罗检验。

1.2 异质性环境中的 K 函数方法

Baddeley 等人扩展了 Ripley 提出的 K 函数,发展出异质性环境中的 K 函数。考虑到 Baddeley 等人原文理解起来较为抽象,此处参考了 Diggle 等人^[8]对其方法的诠释。一个有序空间点过程的一阶强度、二阶强度和双关联函数分别为:

$$\lambda(x) = \lim_{|dx| \rightarrow 0} \left\{ \frac{E[N(dx)]}{|dx|} \right\} \quad (5)$$

$$\lambda_2(x, y) = \lim_{\substack{|dx| \rightarrow 0 \\ |dy| \rightarrow 0}} \left\{ \frac{E[N(dx)N(dy)]}{|dx||dy|} \right\} \quad (6)$$

$$g(x, y) = \frac{\lambda_2(x, y)}{\lambda(x)\lambda(y)} \quad (7)$$

此处 x, y 都是表示二维向量。假如 $\lambda(x)$ 远离 0 并且有 $g(x, y) = g(\|x - y\|)$, 则这个过程是二阶强度再加权稳定的和同向的。对于此种空间点格局而言,有

$$K_I(d) = 2\pi \int_0^d u g(u) du \quad (8)$$

如果它是异质性的泊松过程,则 $K_I(d) = \pi d^2$ 。若 $K_I(d) > \pi d^2$, 数据呈现出聚集分布;若 $K_I(d) < \pi d^2$, 数据呈现出均匀分布。 $K_I(d)$ 的估计式为:

$$\hat{K}_I(d; \lambda) = \frac{1}{|A|} \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n \frac{w_{ij} I(d_{ij} \leq d)}{\lambda(x_i) \lambda(x_j)} \quad (9)$$

式中,一阶强度是需要估计的,Baddeley 等人推荐使用核估计的方法。

$$\hat{\lambda}_h(x) = \sum_{i=1}^n \kappa_h(x - x_i) / C_h(x) \quad (10)$$

$$C_h(x) = \int_A \kappa_h(x - u) du$$

式中, $\kappa_h(u) = h^{-2} \kappa(u/h)$, 其中 $\kappa(u/h)$ 代表高斯核, u 表示空间变量, h 表示核估计的带宽。由于直接采用上式导致的偏差太大,Baddeley 等人将核估计式做了如下改进:

$$\hat{\lambda}_h(x_j) = \sum_{i=1, i \neq j}^n \kappa_h(x_j - x_i) / C_h(x_j) \quad (11)$$

注意到核估计方法对强度的估计是非参数的,也可以采用对强度直接构建模型的参数估计方法,后者应用了最新发展的一些点过程方法^[15-17]。此外,这种方法也同样依赖使用包迹线来判断观测值的分布类型,此处包迹线是根据估计的强度表面模拟出异质性泊松过程的实现而求得的^[7],此模拟亦被称之为蒙特-卡罗模拟。

2 毛竹林的空间点格局分析

2.1 研究对象

研究对象位于江西农业大学校园内一块样地内, $A = [0, 31.5] \times [0.46, 45.1]$, 即样地为长 31.35m、宽 44.64m 的矩形(图 1)。此样地主要用于分析平衡施肥对毛竹生长的影响。样地内毛竹早先属于人为种植, 但是经过多年的生长, 毛竹自发扩散, 现有的毛竹空间分布基本反应了毛竹对土壤条件的依赖。土壤肥量空间分布不均明显导致环境的异质性, 所以不能使用 CSR 方法对毛竹进行空间点格局分析。将 2009 年第 1 批竹笋出土前的已有成年毛竹位置作为观测组, 共记录到 409 个; 而将 2009 年的所有新出竹笋位置作为控制组, 共记录到 655 个, 其中该年退笋(即死亡)386 个, 长成成竹 269 个。当不使用控制组时, 注意到 2009 年出土的竹笋一部分变成为成年毛竹, 如果将这些数据放入到图 1 所示的观测组中, 将使分析更为全面。但是由于使用竹笋作为控制组对成年毛竹的二阶分析中观测组不包括 2009 年新生成的毛竹, 所以有必要分析这批数据加入前和加入后对结论所造成的影响。为分析简便, 令加入前成年毛竹数据为 B1 组; 令加入后成年毛竹数据为 B2 组。

2.2 分析工具

使用 R 2.7.0 软件包、Splanacs 软件包和 Spatstat 软件包进行分析。

2.3 分析结果

根据图 2, 使用竹笋作为控制组, 对成年毛竹的二阶分析表明其分布并不呈现出聚集性, 观测组 $D(d)$ 的估计值介于上下包迹线之间, 表明成年毛竹在异质性的环境中呈现出泊松分布。

不使用竹笋作为控制组, 而直接根据 Baddeley 等人的方法进行分析时, 强度表面的估计结果见图 3。分别对 B1 组和 B2 组进行非参数核估计和参数估计。前者带宽选择 5m, 结果发现和参数估计得到的强度表面基本一致。后者得到 B1 组和 B2 组的强度函数分别为:

$$\begin{aligned} \lambda_{B1}(x, y) = & \exp(-5.050322237 + 0.314012427x + 0.111865394y - 0.008244884x^2 + \\ & 0.00161075xy - 0.002888616y^2) \\ \lambda_{B2}(x, y) = & \exp(-3.976412857 + 0.267554501x + 0.108162738y - 0.007266459x^2 + \\ & 0.001555068xy - 0.002831286y^2) \end{aligned} \quad (12)$$

此处 x, y 不是二维向量, 而是笛卡尔系中的横坐标和纵坐标。使用 4 行 2 列的窗口检验得到的 P 值分别为 0.0837 和 0.1906, 都大于 0.05, 说明不能拒绝拟合的模型, 拟合程度较好。并且可得 B2 组的 P 值更大, 说明加入数据后的成竹强度函数更加可靠, 图 4 给出了 B2 组的拟合优度结果。但是注意到 B1 组和 B2 组参数

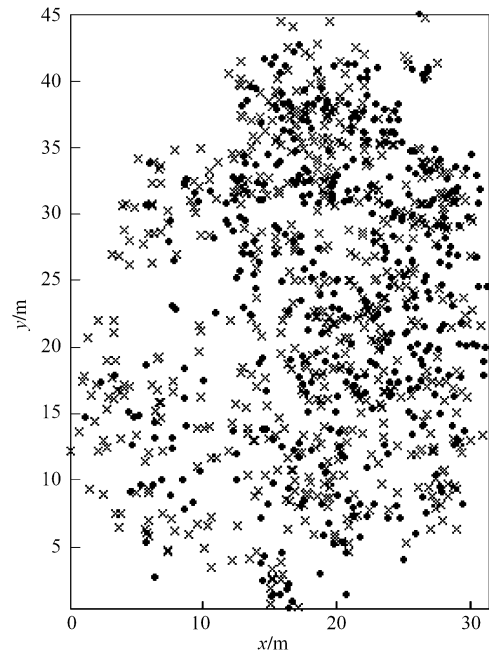


图 1 毛竹的空间分布

Fig. 1 Spatial distribution of moso bamboo

• 表示成竹; × 表示竹笋

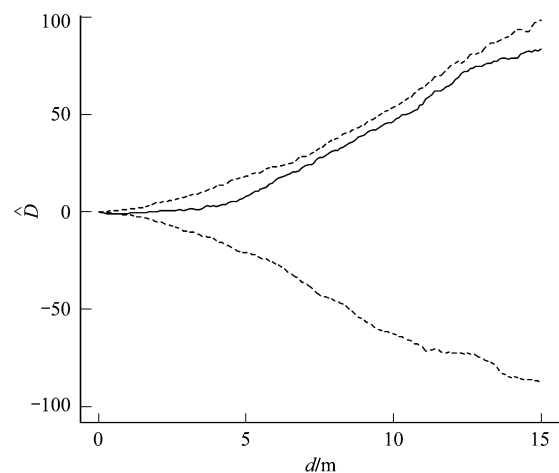


图 2 毛竹 $D(d)$ 的估计值

Fig. 2 Estimated $D(d)$ of moso bamboo

实线代表观测值 $D(d)$ 的估计值; 虚线代表包迹线, 蒙特-卡罗模拟次数为 999

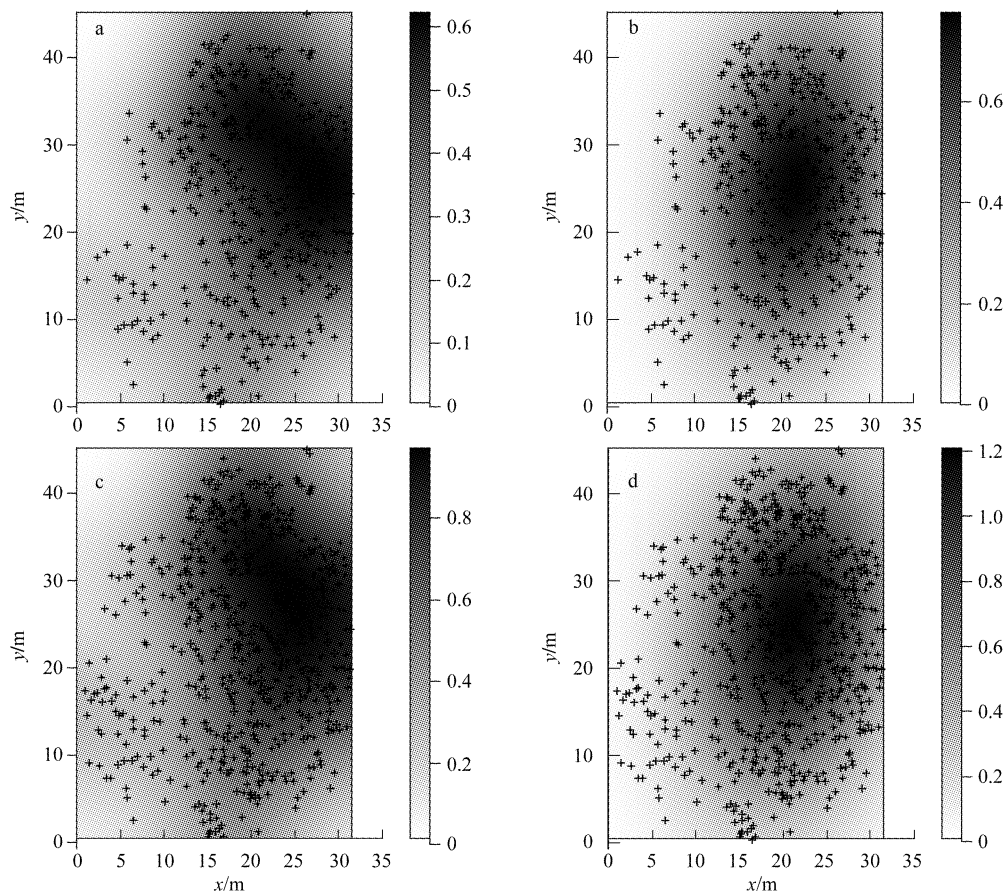


图3 估计的强度表面

Fig. 3 Estimated intensity surfaces

a. B1 组强度表面的非参数核估计;b. B1 组强度表面的参数估计;c. B2 组强度表面的非参数核估计;d. B2 组强度表面的参数估计;图中颜色的深浅代表理论强度的大小,强度表示不同地域上点的密度,颜色越深,表示强度越大,也即单位面积上点的数量越多

估计得到的参数大小和趋势基本一致,说明 B1 组也基本能够反映出成年毛竹在异质性环境中的分布特征,而 B2 组反映的分布特征更可靠。进行 Monte-Carlo 模拟后,可以得到图 5。

根据图 5,使用估计的强度函数计算得到的 $K_l(d)$ 支持毛竹呈异质性的泊松分布的结论,在图 5b 和图 5d 中,对成年毛竹数据计算的 $K_l(d)$ 的估计值均处于上下包迹线之间。B2 组中使用非参数核估计得到的强度函数得出结论在 10m 之下的距离尺度上是成立,但是超过一定的距离尺度,数据呈现出均匀分布的特征。这可能与核估计过程中选取的带宽不尽合理有关,通过图 4 可以发现核估计得到的强度表面对观测点的反映较参数估计的强度表面弱;还有一种可能就是空间点格局分析中,距离尺度最大值一般要选择矩形最短边长的一半,本文就是采用了这种通常的做法。但是为了进一步减少误差,距离尺度最大值往往比上述规定还要小,例如在 Spatstat 软件包中默认的距离尺度最大值只有矩形

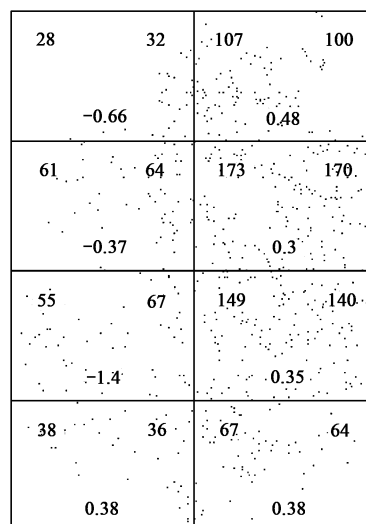
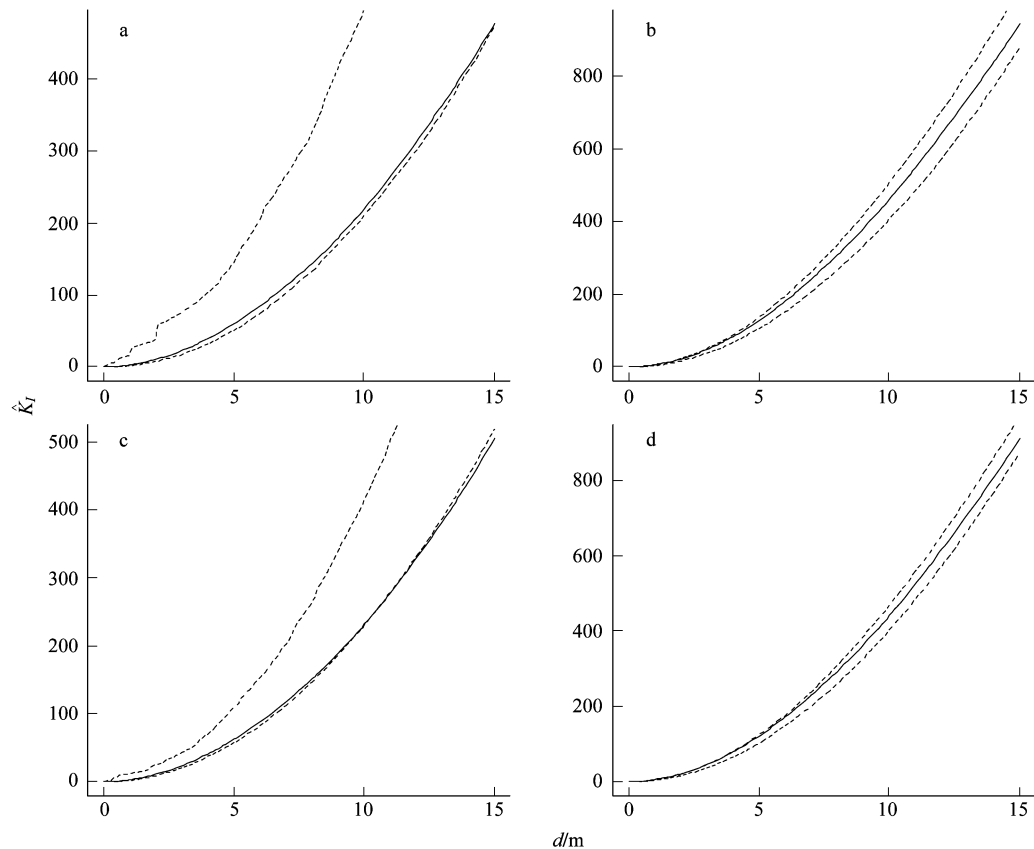


图4 B2 组参数估计的拟合优度

Fig. 4 Goodness-of-fit of parametric estimate of intensity surface for group B2

图中每个分区的左上角数字代表观测值;右上角数字代表根据模型得到的预测值;下方数字代表皮尔逊残差

图5 $K_I(d)$ 的估计值和包迹线Fig.5 Estimated $K_I(d)$ and envelopes

a. B1 组非参数核估计下的 $K_I(d)$ 的估计值和包迹线; b. B1 组参数估计下的 $K_I(d)$ 的估计值和包迹线; c. B2 组非参数核估计下的 $K_I(d)$ 的估计值和包迹线; d. B2 组参数估计下的 $K_I(d)$ 的估计值和包迹线; 模拟的次数均为 999

最短边长的 1/4, 如果按照这个默认值进行处理 (即最大距离尺度规定为 8m), 则毛竹数据明显呈现出泊松分布。

3 讨论

通过采用上述两种分析方法, 可以得出成年毛竹在异质性环境中的分布并不呈现出聚集性, 而更偏向泊松分布。毛竹是一种以萌生繁殖为主的特殊木本植物, 一般而言萌生繁殖的植物多呈现出聚集分布的特点^[18-20], 但是本文研究的毛竹却呈现出泊松分布。这可能与研究样地定期施肥导致土壤肥量空间分布不均有关, 尽管样地内土壤的肥量存在差异, 然而肥量相对充足, 在一定程度上消除了土壤肥量不足对于毛竹扩散的制约, 于是毛竹竹鞭在地下可能会出现随机行走, 进而导致毛竹空间分布的随机性。因为许多竹笋可以得到相对较为充足的肥料, 竹鞭的随机行走可能并不会导致毛竹林由于分布的随机性产生激烈种间竞争而遭受损失。一个证明就是此研究样地内毛竹的平均生物量较大, 表现为毛竹平均的胸径较大。而关于野外未经施肥毛竹的空间分布研究将十分具有意义, 它们是否呈现出聚集分布将验证施肥对毛竹空间分布的影响, 此研究有待进一步开展。因为本文旨在介绍异质性空间点格局分析的两种方法, 所以此处不再详加讨论。

另外, 这两种方法既可以分析植物在异质性环境中的空间分布类型, 也可以分析其在同质性环境中的空间分布类型, 不同的是异质性环境中空间聚集性的二阶分析方法除了需要观测组的数据外, 还要求有额外的控制组数据, 而异质性环境中的 K 函数估计方法则并不需要控制组数据, 使用起来可能更为便利。

致谢: 写作过程中得到了西澳大利亚大学 Adrian Baddeley 教授的指导和帮助, 英文摘要得到了牛津大学 Kathleen Buckingham 博士和北京师范大学张金屯教授对本文写作给予帮助, 特此致谢。

References:

- [1] Gatrell A C, Bailey T C, Diggle P J, Rowlingson B S. Spatial point pattern analysis and its application in geographical epidemiology. Transactions of the Institute of British Geographers, 1996, 21(1): 256-274.
- [2] Zhang J T. Analysis of spatial point pattern for plant species. Chinese Journal of Plant Ecology, 1998, 22(4): 344-349.
- [3] Ripley B D. Modelling spatial patterns (with discussion). Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 1977, 39(2): 172-212.
- [4] Diggle P J, Chetwynd A G. Second-order analysis of spatial clustering for inhomogeneous populations, Biometrics, 1991, 47(3): 1155-1163.
- [5] Cuzick J, Edwards R. Spatial clustering for inhomogeneous populations (with discussion). Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 1990, 52(1): 73-104.
- [6] Bivand R, Gebhardt A. Implementing functions for spatial statistical analysis using the R language. Journal of Geographical Systems, 2000, 2(3): 307-317.
- [7] Baddeley A, Møller J, Waagepetersen R. Non- and semi-parametric estimation of interaction in inhomogeneous point patterns. Statistica Neerlandica, 2000, 54(3): 329-350.
- [8] Diggle P J, Gómez-Rubio V, Brown P E, Chetwynd A G, Gooding S. Second-order analysis of inhomogeneous spatial point processes using case-control data. Biometrics, 2007, 63(2): 550-557.
- [9] Gabriel E, Diggle P J. Second-order analysis of inhomogeneous spatio-temporal point process data. Statistica Neerlandica, 2009, 63(1): 43-51.
- [10] Diggle P J, Chetwynd A G, Häggkvist R, Morris S E. Second-order analysis of space-time clustering. Statistical Methods in Medical Research, 1995, 4(2): 124-136.
- [11] Zhou W W. An analysis of the influence of precipitation on the growth of bamboo forest. Journal of Bamboo Research, 1991, 10(2): 33-39.
- [12] Li W C, Sheng B Y, Wang S D, Zhong Z K. The response of moso bamboo seeds germination to temperature and light. Journal of Bamboo Research, 2007, 26(4): 26-29.
- [13] Guo Z J, Zou X H, Liu J B, Lin R F, Wang Z Q. Study on effect of fertilization to moso bamboo plantation. China Forestry Science and Technology, 2005, 19(6): 32-34.
- [14] Prince M I, Chetwynd A, Diggle P J, Jarner M, Metcalf J V, James O F W. The geographical distribution of primary biliary cirrhosis in a well-defined cohort. Hepatology, 2001, 34(6): 1083-1088.
- [15] Berman M, Turner T R. Approximating point process likelihoods with GLIM. Applied Statistics, 1992, 41(1): 31-38.
- [16] Baddeley A, Turner R. Practical maximum pseudolikelihood for spatial point patterns (with discussion). Australian and New Zealand Journal of Statistics, 2000, 42(3): 283-322.
- [17] Baddeley A, Turner R, Møller J, Hazelton M. Residual analysis for spatial point processes (with discussion). Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 2005, 67(5): 617-666.
- [18] Yang H X, Zhang J T, Wu B, Li X S, Zhang Y Y. Point pattern analysis of *Artemisia ordosica* population in the Mu Us sandy land. Journal of Plant Ecology, 2006, 30(4): 563-570.
- [19] Xie J B, Liu T, Cui Y H, Zhang Y H. Multispecies, multi-patterns at multiple scales: a case study of four shrubs at Mosuowan desert, China. Acta Ecologica Sinica, 2008, 28(5): 2176-2190.
- [20] Shi P J, Ge F, Yang Q P, Wang J G. A new algorithm of the edge correction in the point pattern analysis and its application. Acta Ecologica Sinica, 2009, 29(2): 804-809.

参考文献:

- [2] 张金屯. 植物种群空间分布的点格局分析. 植物生态学报, 1998, 22(4): 344-349.
- [11] 周文伟. 降水对毛竹林生长的影响分析. 竹子研究汇刊, 1991, 10(2): 33-39.
- [12] 李伟成, 盛碧云, 王树东, 钟哲科. 毛竹种子萌发对温度和光照的响应. 竹子研究汇刊, 2007, 26(4): 26-29.
- [13] 郭志坚, 邹秀红, 刘建斌, 林荣福, 王再强. 毛竹林施肥效果研究. 林业科技开发, 2005, 19(6): 32-34.
- [18] 杨洪波, 张金屯, 吴波, 李晓松, 张友炎. 毛乌素沙地油蒿种群点格局分析. 植物生态学报, 2006, 30(4): 563-570.
- [19] 谢江波, 刘彤, 崔运河, 张元杭. 多尺度上的多物种多格局——以莫索湾沙漠四种灌木及其生境为例. 生态学报, 2008, 28(5): 2176-2190.
- [20] 时培建, 戈峰, 杨清培, 王建国. 点格局分析中边缘校正的一种新算法及其应用. 生态学报, 2009, 29(2): 804-809.