第9卷 第4期 生 态 学 报 Vol. 9, No. 4
1989年12月 ACTA ECOLOGICA SINICA Dec., 1989

改进的Iwao $\overset{*}{m}$-m模型的抽样方法*

徐汝梅 刘来福
(北京师范大学)

丁岩钦
(中国科学院动物研究所，北京)

摘 要

基于作者1984年提出的改进的Iwao $\overset{*}{m}$-m模型，本文给出了相应的抽样公式。估计理论抽样数(Q)的公式为：

$$Q=\frac{t^2}{D^2}\left[\frac{(\alpha'+1)}{m}+(\beta'-1)+\gamma m\right]$$

按照这一方程，可知dQ/dm依赖于α'、γ及m。从数学或生物学的角度来看，这都是更合理的，尤其当$\overset{*}{m}$-m呈非线性时。

关键词：Iwao $\overset{*}{m}$-m模型，抽样方法。

抽样技术对生态学工作者的重要性是众所周知的。然而运用时却又往往很困难。其主要原因在于理论抽样数有可能过大而难于实施。

一般地说，理论抽样数依赖于四个因素[1]：空间分布图式，生物有机体的聚集程度越高，所需抽样数也越大。置信水准t，它表达了总体落入估计均数的一定范围内的置信概率，t值越高，所需抽样数也越大。允许误差D，此量由抽样者确定，它是以小数表达的准确水平。若$D=0.1$，则允许在均值左右有10%的误差。D值越小，所需抽样数越大。种群密度m，当聚集度相同，置信水准和允许误差也相同时，种群密度越高，所需样本数就越少。表述生物种群空间分布图式的方法不同，抽样方法也就有所不同[2-8]。Iwao 的方法是严格地从理论上推导出来的。它也能对种群结构和空间图式提供较多有用的信息。然而，在自然界$\overset{*}{m}$-m之间往往不呈线性关系[8-11]。用改进的Iwao模型可以克服Iwao方法的局限性，为抽样数的确定提供更为合理的基础模型[9]。

$$\overset{*}{m}=\alpha'+\beta' m+\gamma m^2 \tag{1}$$

α'—每个基本成分中个体数的分布的平均拥挤度。

β'—在低密度下基本成分分布的相对聚集度。

γ—相对聚集度随种群密度而变化的速率。

一、改进的抽样方法

确定理论抽样数的公式均依赖于下列方程：

* 中国科学院自然科学基金资助课题。
本文于1988年9月2日收到。

$$\mu = \bar{x} \pm d'$$

μ—总体；$\bar{x}$—种群均数；d'—置信区间的半宽度（$d' = t \cdot S_{\bar{x}}$）。

1. Iwao的方法：已知$\overset{*}{m} = \alpha + \beta m$[9] 和 $\overset{*}{m} = m + S^2/m - 1$[12] （2）

$\therefore S^2 = (\alpha+1)m + (\beta-1)m^2$

$$d' = t \cdot \sqrt{[(\alpha+1)m + (\beta-1)m^2]/Q} \qquad (3)$$

假设允许误差$D = d'/m$，则（3）可改写为：

$$D = t \cdot \sqrt{\frac{1}{Q}\left(\frac{\alpha+1}{m} + \beta - 1\right)} \qquad (4)$$

从（3）与（4）可导出理论抽样数的计算公式：

$$Q = \frac{t^2}{d'^2}[(\alpha+1)m + (\beta-1)m^2]$$

$$Q = \frac{t^2}{D^2}\left(\frac{\alpha+1}{m} + \beta - 1\right) \qquad (5)$$

2. 改进的Iwao抽样公式

由（1）及Lloyd的公式可知：

$$S^2 = (\alpha'+1)m + (\beta'-1)m^2 + \gamma m^3$$

于是：抽样公式为：

$$Q = \frac{t^2}{d'^2}[(\alpha'+1)m + (\beta'-1)m^2 + \gamma m^3] \qquad (6)$$

$$Q = \frac{t^2}{D^2}\left[\frac{(\alpha'+1)}{m} + (\beta'-1) + \gamma m\right] \qquad (7)$$

二、两种方法的数学特性及其生物学含义

取方程（5）的导数

$$\frac{dQ}{dm} = -\frac{t^2}{D^2}(\alpha+1)\frac{1}{m^2} \qquad (8)$$

所以，按Iwao的抽样公式，理论抽样数的变化率永远为负，除非$\alpha < -1$。也就是，当m增值时，Q将减少；种群密度越高，所需抽样数越少。

对改进的Iwao抽样方法，其导数为

$$\frac{dQ}{dm} = -\frac{t^2}{D^2}(\alpha'+1)\frac{1}{m^2} + \frac{t^2}{D^2}\gamma \qquad (9)$$

Q对m的变化率不仅依赖于种群均值，也依赖于每个基本成分中个体数的分布的平均拥挤度（α'）和基本成分的分布的相对聚集度随种群密度而变化的速率（γ）。若

$$(\alpha'+1)\frac{1}{m^2} > \gamma; \qquad dQ/dm < 0$$

$$(\alpha'+1)\frac{1}{m^2}=\gamma: \qquad dQ/dm=0$$

$$(\alpha'+1)\frac{1}{m^2}<\gamma: \qquad dQ/dm>0$$

当$\alpha'>-1$（通常如此）和$\gamma<0$，dQ/dm为负。亦即，当γ为负时，所需样本数将随种群密度的上升而下降。从生物学上来看，若基本成分的分布随种群密度的上升而趋于更均匀时，理论抽样数将相应地减少。

当$\gamma>0$时（高密度时，基本成分更聚集），模型的行为将更为复杂。理论抽样数随α'、m和γ的数值可以上升，也可以下降。

图1显示Iwao和改进的Iwao $\overset{*}{m}$-m模型所描述的$\overset{*}{m}$-m关系。

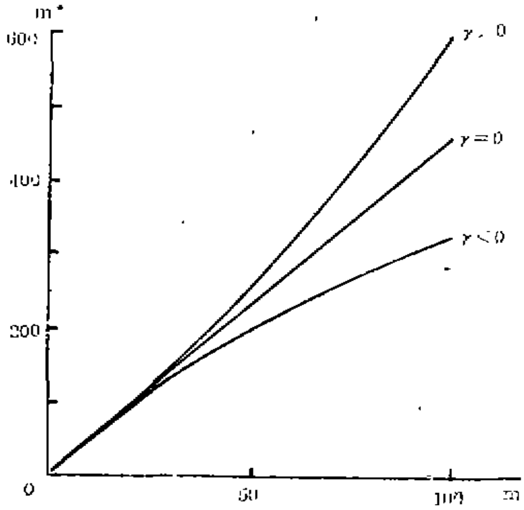

图 1　$\overset{*}{m}$ -m相关曲线

此例中$\alpha'=2.28$，$\beta'=4.56$，$\gamma=0$，$\gamma=0.013$，$\gamma=-0.013$

Fig. 1　Relationship between $\overset{*}{m}$ and m, when γ is given a value which equals to, larger or lesser than zero. In this example, $\alpha'=2.28$, $\beta'=4.56$, $\gamma=0$, $+0.013$ and -0.013

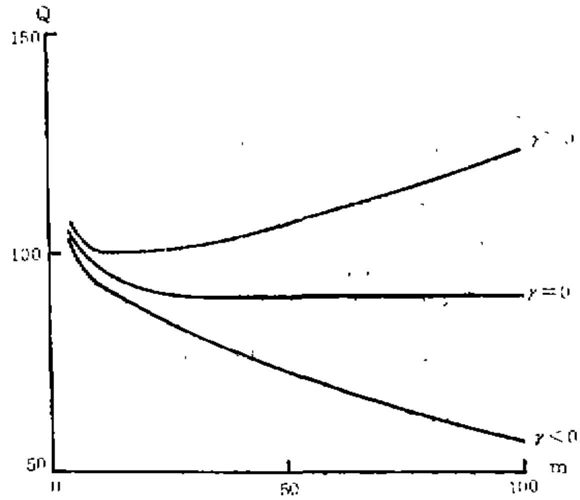

图 2　Q-m相关曲线

Q直接按图1数据计算（当$D=0.2$，$t=1$）

Fig. 2　Number of samples required (Q) estimated from data same as Fig. 1, (when $D=0.2$, $t=1$)

理论抽样数的复杂变化反映了种群聚集度与种群密度之间的非线性关系。图2和图3反映Iwao抽样模型和改进的Iwao抽样模型的动态行为。从中可见理论抽样数随种群密度变化趋势。

图4显示在一个两维平面上将$dQ/dm>0$和$dQ/dm<0$分开的边界线。从图中可以清楚地看到：在m恒大于零为条件时，方程的动态行为被α'及γ的数值所决定。

图5显示了在三维空间上（分别以α'，γ和m^2为轴）$dQ/dm=0$的曲面。计算方法如下：

已知：

$$dQ/dm=-\frac{t^2}{D^2}(\alpha'+1)\frac{1}{m^2}+\frac{t^2}{D^2}\gamma$$

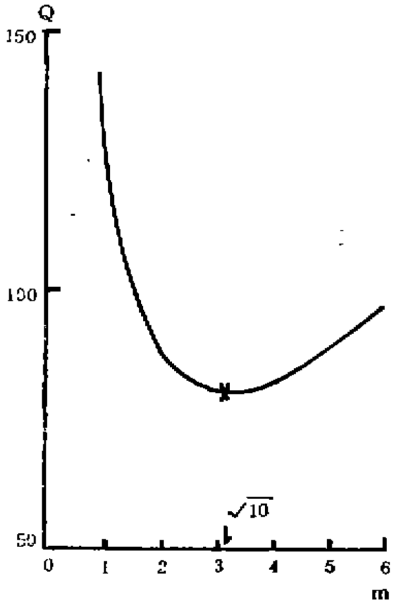

图 3 Q随α′、β′、γ和m值急剧变化曲线
此例中$\alpha'=4$, $\beta'=-1$, $\gamma=0.5$ ($D=0.2$, $t=1$)。从$(4+1)/m^2=0.5$ 算出m临界值为$\sqrt{10}=3.18$。

Fig.3 Another example to show the dramastic change of Q according to the values of α', β', γ and m. In this case $\alpha'=4$, $\beta'=-1$, $\gamma=0.5$ and ($D=0.2$, $t=1$). Notice critical value of m in this case is $\sqrt{10}$ ($=3.18$), as calculated from $(4+1)1/m^2=0.5$

假设 $dQ/dm=0$；

有：$m^2=(\alpha'+1)/\gamma$

分别使α′从1到5取值；γ′从 1 到6取值。（各自以1为步长），计算m^2 的临界值。

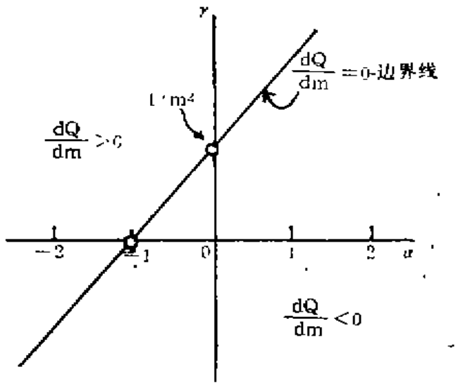

图4 γ-α′相关图

Fig. 4 Boundary line of $dQ/dm=0$ on a two-dimensional plane(γ against α')

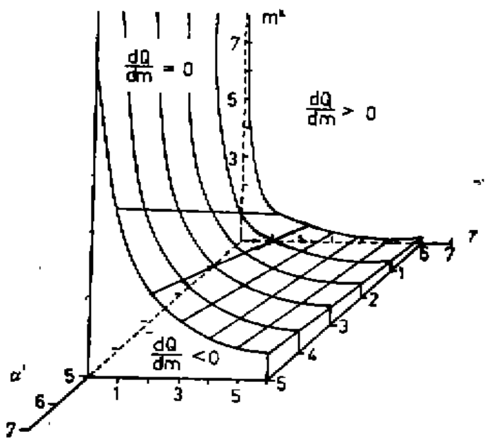

图 5 α′、γ与m^2的相关图

Fig.5 Plane of $dQ/dm=0$ on a three-dimensional space (scaled by α', γ and m^2). For convenience, all parameters are taken >0. This figure can be visualized as a more detailed complement to Fig.4.

三、结论和讨论

1. 改进的Iwao抽样方法弥补了Iwao 抽样方法的不足。无论$\overset{*}{m}$-m呈线性或非线性时，改进的 Iwao 抽样方法均可应用。

2. 按改进的Iwao抽样方法，理论抽样数Q不仅依赖于m，也依赖于α′和γ的数值。将γ参数引入抽样公式，无论从数学或生物学来看，都是更合理的。

3. 从方程（7）看，有可能在某些参数组合之下，Q值≤0。但至今，在应用中未发现这种情况的出现。Iwao原抽样公式中，也有可能在一定参数组合下出现$Q\leq0$的情况。这是值得注意的问题。

参 考 文 献

[1] Xu Rumei, 1982, Population dynamics of *Trialeurodes vaporariorum* (greenhouse whitefly): som co-

mments on sampling techniques and prediction of population developments. *Zeit. ang. Ent.* 94(5):452—465.

[2] Karandinos, M.G., 1976, Optimum sample size and comments on some published fromulae. *Bull. Ent. Soc. Am.* 22:417—21.

[3] Taylor, L.R., 1961, Aggregation, variance and the mean. *Nature* 189:732—5.

[4] Taylor, L.R., 1965, A natural law for the spatial disposition of insects. *Proc. XII Int. Congr. Entomol.*, 396—7.

[5] Taylor, L.R., I.P. Woiwod, I.N. Perry (1978). The density-dependence of spatial behaviour and the rarity of randomness. *J. Anim. Ecol.* 47:383—406.

[6] Iwao, S., 1968, A new regression method for analyzing the aggregation pattern of animal population. *Res. Popul. Ecol.* 10:1—20.

[7] Iwao, S., 1977, The $\overset{*}{m}$—m statistics as a comprehensive method for analyzing spatial patterns of biological populations and its application to sampling problems. In: M. Morisita (ed.), Studies on methods of estimating population density, biomass, and productivity in terrestrial animals. *Jap. Int. Biol. Progr. Synthesis* 17:21—46.

[8] Iwao, S., E. Kuno, 1968, Use of the regression of mean crowding on mean density for estimating sample size and the transformation of data for the analysis of variance. *Res. Popul. Ecol.* 10:210—14.

[9] 徐汝梅、刘来福、丁岩钦，1984，改进的Iwao $\overset{*}{m}$—m模型。生态学报4(2):1—8。

[10] 徐汝梅，1985，"密度制约死亡率"抑或"拥挤度制约死亡率"。生态学报5(3)：257—266。

[11] Xu Rumei, 1985, Dynamics of within-leaf spatial distribution patterns of greenhouse whiteflies and the biological interpretations. *J. Appl. Ecol.* 22:63—72.

[12] Lloyd, M., 1967, Mean Crowding. *J. Anim. Ecol.* 36:1—30.

A SAMPLING METHOD ON THE IMPROVED IWAO'S $\overset{*}{M}$-M MODEL

Xu Rumei Liu Laifu
(Beijing Normal University)

Ding Yanqin
(Institute of Zoology, Academia Sinica, Beijing)

A new sampling method to estimate the required number of samples to be taken is presented in this paper based on the improved $\overset{*}{m}$-m model of Iwao proposed by Xu et al.(1984).

The equation for estimating the number of samples required(Q) is:

$$Q=\frac{t^2}{D^2}\left[\frac{(\alpha'+1)}{m}+(\beta'-1)+\gamma m\right]$$

where in

t: statistic quantity. D: permitted percentage of error, presented as a decimal. α': the mean crowding for the distribution of the number of individuals per basic component. β': the relative degree of aggregation in the distribution of the basic components at low population densities. γ: the rate at which the relative degree of aggregation in the distribution of the basic components changes with the increase of population density.

In this model, dQ/dm depends on α', γ and m, which is more reasonable both mathematically and biologically, especially when the $\overset{*}{m}$-m relation is not linear.

Key words: $\overset{*}{m}$-m model of Iwao, Sampling method.