

# 应用灰色系统理论探讨瓢虫 的迁飞和蚜虫的防治

于秀林 任朝佐

(中国人民大学, 北京)

## 摘 要

在多年的探索中蔡晓明等人首次提出了中国七星瓢虫迁飞的假设, 不仅从理论上做了论证, 而且与实际现象相当符合。在一定的地面和高空的气象条件下就有迁飞的瓢虫出现, 因此, 在北方考虑蚜虫的防治时应当考虑瓢虫迁飞的因素, 利用迁飞而来的瓢虫去防治蚜虫。由于有些因子之间的关系是灰色的, 所以本文应用灰色系统理论做了探讨, 从所得结论可看出用灰色系统理论探讨瓢虫迁飞与蚜虫防治的相互关系与人们的感性认识是一致的。

**关键词:** 灰色系统理论, 瓢虫, 迁飞, 蚜虫防治。

关于中国七星瓢虫迁飞的探讨和数学论证, 北京大学蔡晓明等人<sup>[1-2]</sup>已做过研究。自1976年首次发现大量七星瓢虫在渤海沿岸的群聚现象以来, 一直在探索着瓢虫的迁飞。在多年的探索中, 蔡晓明等人首次提出了七星瓢虫迁飞的假说, 不仅从理论上做了分析论证, 而且与实际现象相当符合。在一定的地面和高空的气象条件下就有迁飞的瓢虫出现, 因此在考虑北方蚜虫的防治时, 应当考虑瓢虫迁飞的因素, 利用迁飞而来的瓢虫去研究蚜虫的防治问题。由于有些因素之间的关系是灰色的, 所以本文应用灰纸系统理论<sup>[3]</sup>, 对瓢虫的迁飞和蚜虫的防治系统与瓢蚜比做了探讨。

以下按机理建立时间离散取值的离散模型。棉蚜虫是棉花害虫, 它的天敌是瓢虫, 而瓢虫又可分成两类, 一类是本地的, 另一类则是在一定气象条件下由外地迁飞而来的瓢虫。

我们考虑的生物防治系统由瓢虫、棉蚜虫及气象条件所组成, 其中气象条件是指能使瓢虫迁飞而来的气象, 在参考文献[2]中, 曾使用数量化方法, 双重筛选逐步回归分析及判别分析等将气象处理成综合数值指标。

用 $a_{ij}$ —— $x_j$ 对 $x_i$ 的影响, ( $i, j=1, 2, 3$ ), 具体分析如下:

$a_{11}$ ——瓢虫的自身繁殖能力

$a_{12}$ ——棉蚜虫对瓢虫的影响(吸引)

$a_{13}$ ——气象因素对瓢虫的影响(使瓢虫迁飞而来)

$a_{21}$ ——瓢虫对蚜虫的影响(因为瓢虫吃掉蚜虫, 所以是负关联, 记为 $-a_{21}$ )

$a_{22}$ ——蚜虫自身的影响(即蚜虫自身繁殖能力)

$a_{23}$ ——气象对蚜虫的影响(是灰色参数记为 $\otimes_{23}$ )

$a_{31}$ ——瓢虫对气象的影响(是灰色参数, 记为 $\otimes_{31}$ )

本文于1987年7月23日收到。

\* 本文研究属国家自然科学基金资助项目。

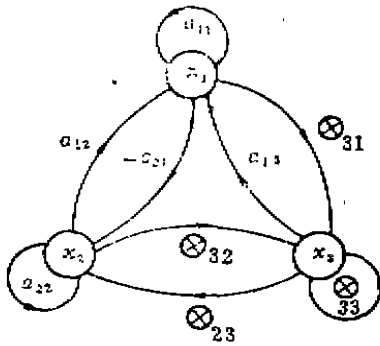


图1 瓢虫、蚜虫及气象条件之间的关系  
Fig.1 The chart of the influential relationship among ladybeetle, aphid and climate.

$a_{32}$  表示蚜虫对气象的影响，是灰色参数，记为  $\otimes_{32}$ 。

$a_{33}$  表示气象自身的影响，是灰色参数，记为  $\otimes_{33}$ 。

按时间划分为第  $k$  阶段 ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )，

$X_1(k)$  表示第  $k$  阶段的瓢虫数。

$X_2(k)$  表示第  $k$  阶段的棉蚜虫数。

$X_3(k)$  表示第  $k$  阶段的气象。

根据第  $k+1$  阶段与第  $k$  阶段之间的正、负关联情况，可列出方程组如下

$$\begin{cases} X_1(k+1) = a_{11}X_1(k) + a_{12}X_2(k) + a_{13}X_3(k) \\ X_2(k+1) = -a_{21}X_1(k) + a_{22}X_2(k) + \otimes_{23}X_3(k) \\ X_3(k+1) = \otimes_{31}X_1(k) + \otimes_{32}X_2(k) + \otimes_{33}X_3(k) \end{cases}$$

用向量和矩阵表示，可简记为

$$\vec{X}(k+1) = A \cdot \vec{X}(k)$$

其中  $\vec{X}(k+1) = \begin{bmatrix} X_1(k+1) \\ X_2(k+1) \\ X_3(k+1) \end{bmatrix}$ ,  $\vec{X}(k) = \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \\ X_3(k) \end{bmatrix}$ ,  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ -a_{21} & a_{22} & \otimes_{23} \\ \otimes_{31} & \otimes_{32} & \otimes_{33} \end{bmatrix}$ 。

可推出

$$\vec{X}(k+1) = A \cdot \vec{X}(k) = A^2 \cdot \vec{X}(k-1) = \dots = A^{k+1} \cdot \vec{X}(0)$$

特别当  $k=1$  时得到第二阶段的方程组

$$\vec{X}(2) = A^2 \cdot \vec{X}(0)$$

即

$$\begin{cases} X_1(2) = (a_{11}^2 - a_{12}a_{21} + a_{13}\otimes_{31})X_1(0) + (a_{11}a_{12} + a_{12}a_{22} + a_{13}\otimes_{32})X_2(0) \\ \quad + (a_{11}a_{13} + a_{12}a_{23} + a_{13}\otimes_{33})X_3(0) \\ X_2(2) = (-a_{11}a_{21} - a_{21}a_{22} + \otimes_{31}\otimes_{23})X_1(0) + (-a_{12}a_{21} + a_{22}^2 + \otimes_{23}\otimes_{32})X_2(0) \\ \quad + (-a_{13}a_{21} + a_{22}a_{23} + \otimes_{23}\otimes_{33})X_3(0) \\ X_3(2) = (a_{11}\otimes_{31} - a_{21}\otimes_{32} + \otimes_{31}\otimes_{33})X_1(0) + (a_{12}\otimes_{31} + a_{22}\otimes_{32} + \otimes_{32}\otimes_{33})X_2(0) \\ \quad + (a_{21}\otimes_{31} + a_{23}\otimes_{32} + \otimes_{33}^2)X_3(0) \end{cases}$$

现在定义瓢蚜比为  $\lambda(0) = \frac{X_1(0)}{X_2(0)}$ ，即当  $k=0$  时的初始阶段瓢虫数与蚜虫数之比。

我们设想在第二阶段将棉蚜虫的密度控制在经济阈值之内，令  $X_2(2) \approx 0$ 。

因为我们考虑的气象因素是只对瓢虫迁飞起作用的气象条件，这对于棉蚜虫的生长的影响是很小的，所以可令  $\otimes_{23} = 0$ 。

于是上述方程组的第二个方程化为

$$0 = (-a_{11}a_{21} - a_{21}a_{22})X_1(0) + (-a_{12}a_{21} + a_{22}^2)X_2(0) - a_{13}a_{21}X_3(0)$$

由此得

$$\lambda(0) = \frac{X_1(0)}{X_2(0)} = \frac{a_{22}^2 - a_{12}a_{21}}{a_{21}(a_{11} + a_{22})} - \frac{a_{13}a_{21}}{a_{21}(a_{11} + a_{22})} \frac{X_3(0)}{X_2(0)} \quad (*)$$

对此式进行分析讨论后,可得到一些结论如下。

## 结 论

1. 为了在第二阶段将棉蚜虫的密度控制在经济阈值之内,在初始阶段的瓢蚜比的最大可能值是

$$\lambda_{max} = \frac{a_{22}^2 - a_{12}a_{21}}{a_{21}(a_{11} + a_{22})}$$

其中

$a_{11}$ 表示瓢虫自身的繁殖能力,因为 $a_{11}$ 在 $\lambda_{max}$ 的分母中,所以如果 $a_{11}$ 越大,则初始阶段的瓢蚜比的最大可能值 $\lambda_{max}$ 就越小。譬如人工饲养瓢虫的话,在初始阶段向棉田释放较少的瓢虫就可以使得在第二阶段完全消灭棉蚜虫。

$a_{22}$ 表示蚜虫自身繁殖能力,因为 $a_{22}$ 在 $\lambda_{max}$ 的分子中出现平方,所以一般来说 $a_{22}$ 越大,则初始阶段的瓢蚜比的最大可能值 $\lambda_{max}$ 越大。于是在初始阶段人工释放的瓢虫就要多一些。

$a_{21}$ 表示瓢虫消灭蚜虫的能力, $a_{21}$ 越大,则初始阶段的瓢蚜比的最大可能值 $\lambda_{max}$ 越小。于是在初始阶段人工释放的瓢虫就可少一些。

2. 从初始阶段瓢蚜比 $\lambda(0)$ 的表示式(\*)可看出如下结果:

如果 $a_{13}$ 越大,即瓢虫迁飞的气象对于瓢虫的迁飞的影响越大,则初始阶段的瓢蚜比 $\lambda(0)$ 越小,于是在初始阶段人工释放瓢虫少一些即可使得在第二阶段完全消灭棉蚜虫。如果 $X_2(0)$ 越大,即初始阶段的棉蚜虫数越大,则从式子(\*)中可以得出初始阶段瓢蚜比 $\lambda(0)$ 越大,于是在初始阶段人工释放瓢虫要多一些。如果 $X_3(0)$ 越大,使瓢虫迁飞而来的气象条件越好,迁飞而来的瓢虫越多,则从式子(\*)中可得出初始阶段瓢蚜比 $\lambda(0)$ 越小,于是在初始阶段人工释放瓢虫就可以少一些。如果 $X_3(0) = 0$ ,即不考虑气象因素,不考虑瓢虫的迁飞,则从式子(\*)可得出初始阶段的瓢蚜比 $\lambda(0)$ 就等于 $\lambda_{max}$ 。

从上述结论可看出,用灰色系统理论探讨瓢虫迁飞与蚜虫防治的机理与人们的感性认识是一致的。

## 参 考 文 献

- [1] 蔡晓明等, 1980, 中国七星瓢虫迁飞初探, 中国农业科学(1) 74—79.
- [2] Lu chongfei, Yu Xiulin等, 1984, A Mathematical Demonstration of the Migration of Ladybeetle, *Coccinella Septempunctata* L. in China. 1984 China-Japan Symposium on statistics, p157—180.
- [3] 邓聚龙, 1985, 《灰色系统 社会·经济》, 国防工业出版社.

## APPLICATION OF GREY SYSTEM THEORY TO THE MIGRATION OF LADYBEETLE AND APHIS CONTROL

Yu Xiulin

*(Department of Statistics, The Chinese People's University, Beijing)*

Ren Chaozuo

*(Department of Information, The Chinese People's University, Beijing)*

After being probed for years, the hypothesis of the migration of ladybeetle *coccinelle septempunctata* L, in China was originally put forward by Mr. Chai Xiaoming. Furthermore it was not only theoretically proved, but also practically fit into the situation. Under the certain climatic conditions of surface and ground, there appears the migration of the ladybeetle. Therefore, when considering the control of northern aphis, we should think of the migration of the ladybeetle coming and also make use of them to control the aphis. This paper applies grey system theory to expound the relationship between the migration of the ladybeetle and the control of aphis.

**Key words:** grey system theory, ladybeetle, migration, aphis control.