

# 确定动态经济阈值的微计算机模型

李典谟 王景明

(中国科学院动物研究所)

## 摘 要

经济阈值必须有动态的特征, 甚至在同一块田里, 也可能每年不一样, 本文建立了确定经济阈值的系统模型。它们是由4个模型所组成: 1. 温度模型; 2. 种群动态模型; 3. 防治消费模型; 4. 产量模型。然后经济阈值这一点, 通过计算机模拟, 在边际步入等于边际消费时得到。用户可以按照不同的情形输入不同的参数, 计算机输出将给出经济阈值及纯收益。

从系统观点看, 确定经济阈值可以看作管理农业生态系统寻求最优管理措施。所以, 本文提出的模型, 也可看作最优管理模型, 细节将在文内讨论。

自第二次世界大战以来, 杀虫剂的日益广泛使用已引起公众对环境, 人类健康和安全的普遍关心。在世界范围内, 估计每年所用的农药为225万吨, 但病虫害的损失却依然高达35% (Pimentel, 1976)。与此同时, 病虫害对杀虫剂的抗性已日益增长, 这又导致探索新的农药, 或加大农药的使用量, 这种恶性循环造成环境污染, 农田生态系统的破坏。所以, 合理地使用农药已引起人们普遍地重视。

首先我们必须指出: 经济损害水平 (Economic Injury level) 和经济阈值两者之间的差别, 按照 Stern *et al.* (1959) 的定义, 前者是“引起经济危害的最低害虫密度”, 而后者是“这样的害虫种群密度, 此时应该采取某种防治措施, 以防止种群密度增加而达到经济危害水平”。William *et al.* (1982) 文章中的图1:3清楚地表明了这两者之间的关系。他们在文中指出: 确定经济损害水平和经济阈值是很复杂的事情, 是依赖于害虫生态学, 以及有关的微气候, 捕食天敌, 病原体, 寄主植物的抗性作用等。经济损害水平的概念是灵活的、不同的地区, 不同的作物可能有所不同, 甚至相邻的两块地, 由于农业措施的不同也可能不一样。鉴于这些理由, 笔者在本文中试图把确定经济阈值看成是寻找害虫管理系统最优的控制量, 以达到经济目标最大。众所周知, 农田生态系统是一个动态的系统, 这就要求决策也是动态的, 即随着不同的地区, 不同的条件, 不同的情况而相应作出决策, 另一方面在害虫管理上, 把握时机也是十分重要的, 有时时间上的延迟会带来致命伤, 因此从外界得到信息到作出决策这一段时间间隔应越短越好, 而一个已编好程序的微计算机模型, 则是这种决策最好的工具, 它具有快速, 准确, 简便的特点。

## 一、数学模型

### 1. 温度模型

由于昆虫的生长发育直接和温度有密切的关系, 因此模拟害虫生长期的温度变化是重要

的一个方面。大部分的害虫从春天开始活动，到秋后开始冬眠或老死，真正活动危害时间也不过约半年时间，在这个周期内，温度经历一个由低到高，再由高到低的变化过程，这种总的温度变化趋势可用正弦函数来模拟，即

$$T_M(t) = K_1 + K_2 \sin\left(\frac{\pi}{180}t\right)$$

这儿  $T_M(t)$  是  $t$  天的平均温度，但实际上温度变化的随机成分很大，因此用一个随机变量来模拟这种随机成分是必要的：

$$T_D(t) = T_M(t) + \sigma \cdot x \quad (1)$$

这儿  $T_D(t)$  是  $t$  天的模拟的实际温度。

$x$  是一个标准正态分布的随机变量，具有标准差 1 和平均数 0。 $K_1$ 、 $K_2$  和  $\sigma$  为三个参数，变动这些参数可以模拟不同类型的温度变化。

## 2. 种群动态模型

从生态学所知，某种昆虫完成某一特定阶段  $i$  的发育所需要的时间  $M_i$  是由此种昆虫所需的有效积温  $DD_i$  所决定的，即有如下关系式：

$$\int_0^{M_i} \max[0, (T_D(t) - T_{0_i})] dt = DD_i$$

这儿  $T_D(t)$  是  $t$  时刻的环境温度，由方程 (1) 决定。 $T_{0_i}$  是此种昆虫在阶段  $i$  的发育起点温度。如果我们假设发育率是和有效积温成正比的，那么对于阶段  $i$ ，瞬时所需要的发育时间（是发育率的倒数）。

$$M_i(t) = \frac{DD_i}{\max[0, (T_D(t) - T_{0_i})]}$$

如果  $T_D(t) - T_{0_i} = DD_i$ ，即在第  $t$  天一天就达到该虫通过此阶段发育所需要有效积温，那么

$$M_i(t) = \frac{DD_i}{\max[0, (T_D(t) - T_{0_i})]} = \frac{DD_i}{DD_i} = 1$$

即完成该阶段发育所需要的时间为 1 天。

如果  $T_D(t) - T_{0_i} \leq 0$ ，即第  $t$  天的温度低于昆虫发育的起点温度，则

$$M_i(t) = \frac{DD_i}{\max[0, (T_D(t) - T_{0_i})]} = \infty$$

即按此刻温度，昆虫完成此阶段发育时间是无穷大，换句话说，此刻昆虫停止发育。由此可见，上述的公式在生态学意义上是合理的。

按照守恒定律，此阶段种群数量的变化率应等于输入率减去输出率。于是，我们可以导出阶段  $i$ ，种群动态的微分方程为：

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = -\frac{N_i(t)}{M_i(t)} + S_{i-1} \cdot \frac{N_{i-1}(t)}{M_{i-1}(t)}$$

$S_{i-1}$  是阶段  $i-1$  的存活率。

不失一般性, 我们可以假设<sup>1)</sup>:  $N_1(t), N_2(t), N_3(t), N_4(t), N_5(t), N_6(t)$  表示 卵, 一龄幼虫, 二龄幼虫, 三龄幼虫, 蛹和成虫的种群密度, 于是把各阶段的动态方程, 连结在一起就构成了一个种群系统方程:

$$\begin{pmatrix} N_1(t+1) \\ N_2(t+1) \\ N_3(t+1) \\ \vdots \\ N_6(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & a \\ S_e(1-C_1) & C_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & SL_1(1-C_2) & C_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & SL_2(1-C_3) & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & SL_3(1-C_4) & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_P(1-C_5) & C_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1(t) \\ N_2(t) \\ N_3(t) \\ \vdots \\ N_6(t) \end{pmatrix}$$

其中  $S_e, SL_1, SL_2, SL_3, S_P$  分别为卵, 一龄幼虫, 二龄幼虫, 三龄幼虫和蛹的成活率,  $a$  表示平均每头的产卵率。

### 3. 防治成本函数

按照 Headley (1972), 防治成本函数有下述形式:

$$C = \frac{L}{P_0}$$

$C$  为防治总成本。

$L$  为影响成本增量参数的常数。

$P_0$  为采取防治后的种群密度。

### 4. 产量函数

产量  $Y$  是害虫总危害率  $D$  的确定性函数, 一般地说, 它们之间有下列关系:

$$\begin{aligned} Y &= N - C'D & N - C'D &\geq 0 \\ &= 0 & N - C'D &< 0 \end{aligned}$$

其中  $N$  = 未受损失的产量

$C'$  = 产量影响增量参数常数

假设瞬时危害函数

$$D_t = \begin{cases} bP_t^2 - A & bP_t^2 - A \geq 0 \\ 0 & bP_t^2 - A < 0 \end{cases}$$

则总危害量

$$D = \int_{t_1}^{t_2} D_t dt = \int_{t_1}^{t_2} \max[(bP_t^2 - A), 0] dt$$

其中,  $P_t$  是  $t$  时刻的害虫种群密度,  $[t_1, t_2]$  是作物对害虫危害敏感区间。

### 5. 经济阈值的计算

按照 Headley (1972) 的定义, 经济阈值为边际成本函数等于边际产品价值函数时的害虫种群密度, 或者是造成损失的增量, 相等于防止该损失的成本增量时的害虫种群密度, 不难证明, 这也是在经济意义下最适的种群密度。这是因为净收益  $N(P_0)$  应等于产量函数

1) 我们将在讨论中论及昆虫的生活史有所不同情形。

减去花费函数<sup>1)</sup> 即

$$N(P_0) = Y(P_0) - C(P_0)$$

按照微积分中的极值原理, 为了寻找净收益最大时的种群密度 $P_0$ , 则应有

$$\frac{\partial N}{\partial P_0} = 0^2$$

$$\text{即 } \frac{\partial N}{\partial P_0} = \frac{\partial Y}{\partial P_0} - \frac{\partial C}{\partial P_0} = 0 \quad \therefore \frac{\partial Y}{\partial P_0} = \frac{\partial C}{\partial P_0}$$

这儿 $\frac{\partial Y}{\partial P_0}$ ,  $\frac{\partial C}{\partial P_0}$ 分别为边际产品价值函数和边际成本函数。

边际成本函数, 可由下式近似算得:

$$\frac{\partial C}{\partial P_0} = \frac{C(P_0 + \Delta P_0) - C(P_0)}{\Delta P_0}$$

其中 $C(P_0)$ 为防治成本函数。

同样, 边际产品价值函数可由下式近似得到:

$$\frac{\partial Y}{\partial P_0} = \frac{Y(P_0 + \Delta P_0) - Y(P_0)}{\Delta P_0}$$

其中 $Y(P_0)$ 为产品价值函数, 或产量函数。

## 二、模型的计算机实现与结果输出

把上述五个模型, 在计算机中连结在一起, 对不同的 $P_0$  (即防治后的种群密度) 进行模拟, 即可得到经济阈值点。模型是在TRS-80微计算机上实现的, 考虑到用户的方便, 程序是编成人-机对话式的, 即用户可根据变化的外界条件, 随时输入模型的参数。图1是计算机的输出, 图1(b)中所打印出的两条曲线分别为边际成本函数与边际产值函数, 它们交点处的种群密度, 即为经济阈值。表1则是计算机的数值输出, 同样我们可以看到在 $P_0 = 47$ 处, 产值函数与成本函数之差, 即净收益值最大。由于使用了表格和图形的双重输出, 用户就会得到十分形象的感觉。模型是模拟模型, 因此可供用户研究不同的因素对经济阈值的影响, 以及对不同的参数作灵敏度分析, 以指导田间的害虫管理。例如为了研究温度的变化对经济阈值的影响, 则可以在温度模型中变动 $K_1$ 、 $K_2$ 来观察最终经济阈值的变化。又例如不同的防治措施, 经济阈值也会相应有所变化, 这可以通过改变防治成本函数中的常数 $L$ , 来得到这些结果。考虑天敌效应, 是研究经济阈值的一个十分重要的方面, 而这一点, 在我们的模型里, 则可以通过变动各阶段的成活率 $S_0$ 、 $SL_1$ 、 $SL_2$ 、 $SL_3$ 、 $S_p$ , 来实现。

在温度模型中, 正态分布的随机变量是通过一个子程序, 把TRS-80机中的内部产生的一个随机数字 (其服从于均匀分布), 转换成正态分布的。在机器中迭代求解种群动态方程

- 1) 由于我国产品的价格相对比较稳定, 所以这儿以产量函数代替产品价值函数, 否则产品价值函数应等于产量函数乘以产品价格。即差一常数因子。
- 2) 因 $N$ 决不会是 $P_0$ 的单变量函数, 还会和其他很多因素有关, 因此这儿使用了偏导数。

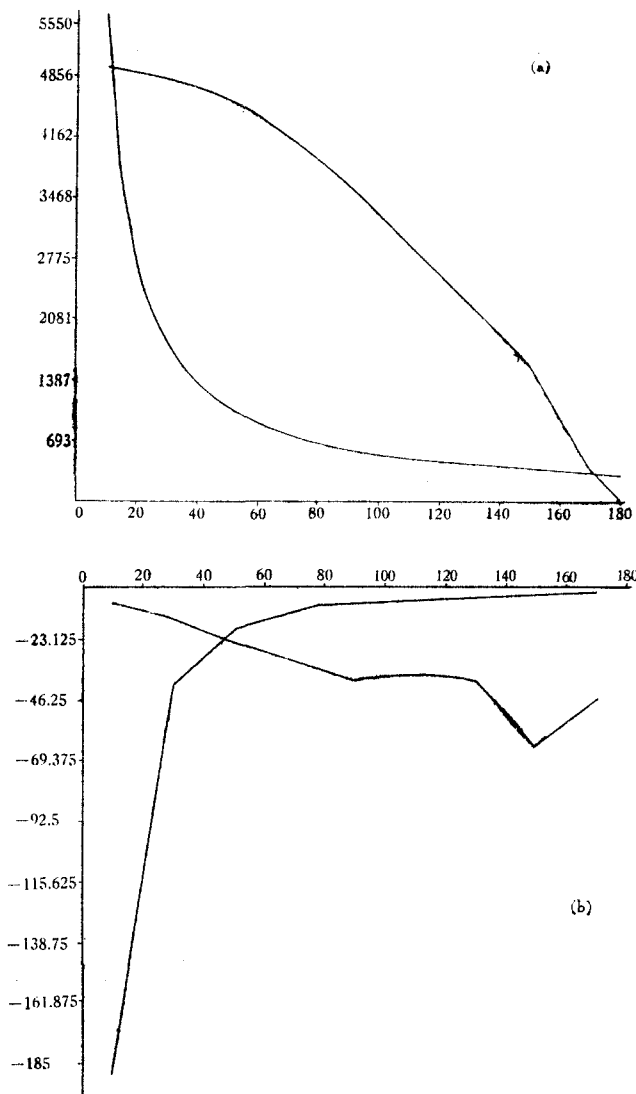


图1 计算机输出打印图

a. 是产品价值, 防治成本和害虫种群密度的关系; b. 是产品价值增量, 防治成本增量和害虫种群密度的关系。a 表明当把害虫控制在较高水平时, 虽然防治成本降低, 但产品价值也降低, 产品价值和防治成本之差即为净收益, 从图1(b)中可看到约在  $P_0=47$  时边际产品价值函数等于边际成本函数, 而在这一点上对应图1(a), 正好有最大的净收益。

fig.1 the diagram produced by computer output

Levins (1966) 描述了建立模型时所考虑的三个策略即真实性、精确性和普遍性。所谓真实性, 就是模型的数学陈述, 是否符合生物学的实际, 所谓精确性, 就是模型预测的数值和原来实际数值的差异程度, 所谓普遍性就是模型适用范围的广度。Levins 指出: 一个模型同时要做到这三个方面是很困难的, 而且是不实际的。本文所建立的模型, 是一个计算机通用模型, 所以尽量希望适用于较广泛的范围, 即保留普遍性的特点, 但由于在种群动态

是用的欧拉积分公式, 当步长取为 0.1 时, 整个计算过程约要耗费 100 分钟, 当步长取为 0.2 时, 整个计算过程将缩短一半即 50 分钟, 而用两种步长计算所得到的经济阈值的误差, 则小到可以忽略的地步, 因此我们将采用 0.2 为步长。

### 三、讨 论

在本文中, 笔者摒弃了有关经济阈值的传统的静态概念, 而建立了动态模型。这有利于用户根据变化的外界条件, 因地制宜地作出决策。应该说, 这样的决策是更能客观地反映真实的情况。模型中所有的参数, 计算机里都给出了一套, 以便提供那些还没有确定研究对象的用户, 或者是生物系, 植保系的大学生和研究生们为了学习和训练的目的, 而在计算机上实践和试验。这正如 Neier *et al.* (1969) 所指出: 计算机模拟教学模型“是一种活的情形, 在这种情形下, 学生面临着一大堆问题要识别和解决, 更重要的是, 学生必须准备在现实生活中随时作出决策, 从这个意义上说, 这种教学工具是唯一的手段, 没有其他任何的教学工具能够提供这样的机会和挑战”。如果为了真正研究的目的, 则最好用户输入自己的参数, 这些参数应该是用户根据本地区历年的实验结果估得的参数, 或者是有关部门正式预报的参数。

表 1 计算机输出: 防治耗费函数  $C(P_0)$  和产量函数  $Y(P_0)$  \*

table 1 the outputs of the computer: The values of control cost function  $C(P_0)$  and the product yield function  $Y(P_0)$

$P_0$	$C(P_0)$	$Y(P_0)$	$Y(P_0)-C(P_0)$
10	5,550	4,996.684	-553.3159
30	1,850	4,870.278	3,020.278
50	1,110	4,626.584	3,516.584
70	792.8571	4,213.863	3,421.006
90	616.6667	3,644.945	3,028.279
110	504.5454	2,936.476	2,431.931
130	426.9231	2,295.806	1,868.883
150	370	1,590.853	1,220.853
170	326.4706	393.5596	72.08899
180	308.3333	0	-308.3333

\* 第一列  $P_0$  为被控制的害虫种群数量的初值,  $C(P_0)$  为防治成本函数,  $Y(P_0)$  为产值函数, 最后一列为在该种群密度下的净收益。不难看出  $P_0$  在 45 至 50 之间有最大的净收益 (参看图 1)。

模型中考虑了温度对昆虫发育的作用, 考虑了昆虫发育的几个不同阶段, 以及各阶段的死亡率等等, 这又使模型具有一定的真实性。此外, 用户不难在本文中建立的模型的结构的基础上, 略加修改使之更适用于用户的实际情形, 例如, 在文中假设幼虫有三龄, 如果把它应用于一种幼虫有五龄的害虫, 这只要在矩阵方程 (1) 中再多加两个分量, 即在计算机程序里多加几个迭代步骤就可以了, 其他部分几乎可以不加修改, 此外更为简捷的方法可把一、二龄组成一组, 三、四龄组成一组, 五龄看成一组, 这样模型可保持不动, 只要略为修改一下参数值即可。

前述表明, 经济阈值实际上是在经济意义上害虫种群被控制到的最合适的水平, 即在同样的害虫水平下有最大的经济收益。如果我们把经济上的净收益看作目标函数, 那么寻找经济阈值就是一类最优控制问题。通常来讲, 经济阈值是对某一特定的害虫防治措施而言的, 不同的防治措施应有不同的防治成本函数, 因而也会有不同的经济阈值, 模型的输出, 不但给出了经济阈值, 而且也给出了在该经济阈值处的净收益, 这样就可通过计算机模拟, 比较不同的害虫管理措施, 得到一个最优的管理决策, 从这个意义上说, 本文的模型还可以作为最优害虫管理的决策模型。

### 参 考 文 献

- Headley, J.C. 1972 Defining the economic threshold. Pages 100—108 in R. L. Metcalf ed., *Past control strategies for the future*. National Academy of Sciences Washington, D.C.
- Levins, R. 1966 The strategy of model building in population biology. *American Scientist* 54:421—431.
- Luckman, W.H. and R.L. Metcalf 1982 The pest-management concept Page 1—32 in R. L. Metcalf and W.H. Luokmann eds., *Introduction to insect pest management*. Second Edition, John Wiley & sons.
- Meier *et al.* 1969 *Simulation in business and economics*, cliffs, New Jersey.
- Pimentel, D. 1976 World food crisis: energy and pests. *Bull. Entomol. Soc. Am.* 22:20—26.
- Stern, V.M., R.F. Smith, R. Van den Bosch and K.S. Hagen 1959 The integrated control concept. *Hilgardia* 29(2):81.

## MICRO-COMPUTER MODELS FOR DYNAMICALLY DETERMINING ECONOMIC THRESHOLD

Li Dianmo Wang Jingming

*(Institute of Zoology Academia Sinica)*

Economic threshold should have dynamic characteristics. It may vary from years to years, even in same field. This paper develops a system models for determining economic threshold. They are consist of four models: 1. temperature model, 2. population dynamic models, 3. control cost model, 4. product yield model. Then economic threshold, at which marginal revenue equals marginal cost, will be determined by computer simulation. User can input different parameters according to different situations. The output of this computer models will give the value of economic threshold as well as net profit.

From system point of view, determining economic threshold can be viewed as searching optimal control for managing agroecosystem. So the models, presented in this paper, can be considered as optimal management models too.