

模糊数学在牧草产量预报中的应用*

周电辉

(甘肃省科学院生物研究所)

罗世杰 祁永坚 李涛

(青海省铁卜加草原改良站)

摘要

本文在“广义 Fuzzy 运算的综合评判”的基础上，并结合牧草产量预报实践，提出了一个经验“模型 V”，简称“综合决策模型”。

$$MV(\cdot, \oplus) = 1/4 \left[\sum_{i=1}^m (a_i \wedge \gamma_{i+}) + \sum_{i=1}^m (a_i \cdot \gamma_{i+}) + \sum_{i=1}^m (a_i \wedge \gamma_{i-}) + \sum_{i=1}^m (a_i \cdot \gamma_{i-}) \right] \quad (6)$$

该模型不仅具有计算简捷，容易为群众掌握的优点，而且还扩大了“广义模糊运算的综合评判”的应用范围。为了弥补其不足，还运用数学统计法建立如下的预报模型：

$$\hat{S} = -6.8223 - 0.4871R_1 + 0.3033R_2 + 0.0791R_3 + 2.8231R_4 + 0.6361R_5 \quad (7)$$

同时，还用周期方差分析来预报牧草产量。最后，综合运用了上述3种方法来预报牧草产量，提高了预报的精确度，效果更好。本文还举例说明了计算方法，并且讨论了同时运用几种方法进行产量预报的必要性和优越性。

畜牧业在农业总产值中的比重，是农业现代化水平高低的标志之一。我国有草原 33 亿亩，发展畜牧业有很大的潜力。但由于生产过程中的各种原因，限制了畜牧业的发展。其中“春乏”就是明显的原因。因牲畜“春乏”掉膘死亡而损失的总肉量约为国家每年收购量的 4—5 倍。专家们曾提出，在牧草旺季，割草贮备，或保留部分草地不牧，以资枯草期保持最低数量的畜群需要。如图 1 中（任继周等，1982），使 6—9 月份过剩的青草 ($W-Q$) 转移到 3—6 月份缺草期间供作饲用。依 ($W-Q$) 的产量定出牲畜的留栏头数，这无疑是个好办法。但若牧草歉收（100 斤/亩以下），如图 2 中的“W”曲线。则不仅无足够干草贮备，且青草也不够当年牲畜食用，致使大量牲畜掉膘死亡，损失之大一目了然。

一、问题的提出

产生上述问题的原因很多。但牲畜存栏数的不合理，是一个主要原因。所以如此，是无法预测翌年牧草产量所致。因而，准确预测翌年的牧草产量，是确定牲畜存栏数的关键。

本文试图根据青海省铁卜加草原改良站多年积累的试验资料，对牧草产量的预报进行了初步探讨。

* 本文多蒙任继周教授指导，吴仁洞教授审阅以及青海省铁卜加草原改良站等同志的多方协助，在此一并致谢。

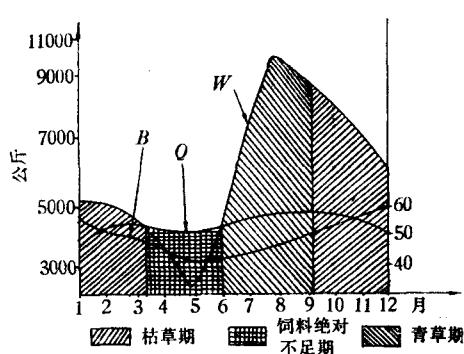


图 1 草地贮草量、家畜营养需要量和母羊体重变化状况

fig. 1 herbage storage of the grassland, nutritional requirements of livestock and changes in the weight of ewe

W: 草原牧草供应量动态线(公斤干物质/180亩·月)

B: 母羊平均体重动态线

Q: 羊群饲料需要量动态线(公斤干物质/群·月)

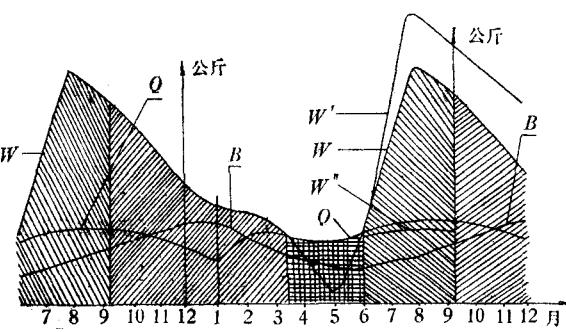


图 2 W、Q、B 以及图例同图1
fig.2 W,Q,B and legends are the same as in fig.1

W': 草原牧草丰收年供应量动态线

W'': 草原牧草欠收年供应量动态线

二、采用的资料和方法

铁卜加草原改良站自1961年至1975年，在地形复杂的几百万亩草地上，对牧草产量进行了定位测产和多次全面的调查。测算的产量较为可靠。由于取样各点气候不尽相同，在探讨牧草产量与气象因子相关性时，还参考了邻近的天峻、共和、刚察、茶卡4县的气象资料。通过逐步回归筛选出与牧草产量关系较为密切的因子R_i（见表1）。

气象因子是具有随机性（曹鸿兴，1981）和模糊性（朱伯承，1961）的。所以牧草产量也具有随机性和模糊性。故本文采用模糊数学方法辅之逐步回归及周期方差分析，综合判断出预报值。

三、“综合决策模型”在牧草产量预报中的应用

1. 经验“模型V”的提出

国内已有应用Fuzzy理论提出的“广义 Fuzzy 运算下的综合评判”（陈永义等，1983）（以下简称“广义决策模型”）。其中的4个模型，在进行牧草产量预报时，发现许多场合其决策结果失效（周电辉，1985）。

本文结合牧草产量预报的实际，补充一个经验“模型V”：

由“广义决策模型”中

可令：

表 1 产量预报对照表
table 1 contrast between the predicted yield and the determined yield

年 代	产 量 (斤亩)	产 量 级	降雨量					数学模型								周期方差分析																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
			气象因子					综合决策				逐步回归				预报		拟合		预报		拟合		预报		拟合案		级别		模拟		数值		模拟率																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
			单位: 毫米(mm)					预报		拟合		预报		拟合		预报		拟合		预报		拟合案		预报		拟合		预报		拟合案		级别		模拟		数值		模拟率																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
			V	G	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	V _G	✓ 对否	✗ 对否																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550	551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575	576	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600	601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629	630	631	632	633	634	635	636	637	638	639	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658	659	660	661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675	676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704	705	706	707	708	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720	721	722	723	724	725	726	727	728	729	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750	751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768	769	770	771	772	773	774	775	776	777	778	779	780	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800	801	802	803	804	805	806	807	808	809	8010	8011	8012	8013	8014	8015	8016	8017	8018	8019	8020	8021	8022	8023	8024	8025	8026	8027	8028	8029	8030	8031	8032	8033	8034	8035	8036	8037	8038	8039	8040	8041	8042	8043	8044	8045	8046	8047	8048	8049	8050	8051	8052	8053	8054	8055	8056	8057	8058	8059	8060	8061	8062	8063	8064	8065	8066	8067	8068	8069	8070	8071	8072	8073	8074	8075	8076	8077	8078	8079	8080	8081	8082	8083	8084	8085	8086	8087	8088	8089	8090	8091	8092	8093	8094	8095	8096	8097	8098	8099	80100	80101	80102	80103	80104	80105	80106	80107	80108	80109	80110	80111	80112	80113	80114	80115	80116	80117	80118	80119	80120	80121	80122	80123	80124	80125	80126	80127	80128	80129	80130	80131	80132	80133	80134	80135	80136	80137	80138	80139	80140	80141	80142	80143	80144	80145	80146	80147	80148	80149	80150	80151	80152	80153	80154	80155	80156	80157	80158	80159	80160	80161	80162	80163	80164	80165	80166	80167	80168	80169	80170	80171	80172	80173	80174	80175	80176	80177	80178	80179	80180	80181	80182	80183	80184	80185	80186	80187	80188	80189	80190	80191	80192	80193	80194	80195	80196	80197	80198	80199	80200	80201	80202	80203	80204	80205	80206	80207	80208	80209	80210	80211	80212	80213	80214	80215	80216	80217	80218	80219	80220	80221	80222	80223	80224	80225	80226	80227	80228	80229	80230	80231	80232	80233	80234	80235	80236	80237	80238	80239	80240	80241	80242	80243	80244	80245	80246	80247	80248	80249	80250	80251	80252	80253	80254	80255	80256	80257	80258	80259	80260	80261	80262	80263	80264	80265	80266	80267	80268	80269	80270	80271	80272	80273	80274	80275	80276	80277	80278	80279	80280	80281	80282	80283	80284	80285	80286	80287	80288	80289	80290	80291	80292	80293	80294	80295	80296	80297	80298	80299	80300	80301	80302	80303	80304	80305	80306	80307	80308	80309	80310	80311	80312	80313	80314	80315	80316	80317	80318	80319	80320	80321	80322	80323	80324	80325	80326	80327	80328	80329	80330	80331	80332	80333	80334	80335	80336	80337	80338	80339	80340	80341	80342	80343	80344	80345</

$$b_{Ij} = \sum_{i=1}^m (a_i A \gamma_{ij}) \quad (1)$$

$$b_{IIj} = \sum_{i=1}^m (a_i \cdot \gamma_{ij}) \quad (2)$$

$$b_{IIIj} = \sum_{i=1}^m (a_i A \gamma_{ij}) \quad (3)$$

$$b_{IVj} = \sum_{i=1}^m (a_i \cdot \gamma_{ij}) \quad (4)$$

首先将(1)、(2)、(3)、(4)各作为单因素。其次为了保持这4种模型各自的特点，加之各种预报经验，得出4种模型的权重各取 $\frac{1}{4}$ 时，其预报效果较为理想。

故令：

$$\tilde{A} = (a_I, a_{II}, a_{III}, a_{IV}) = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right)$$

$$\tilde{B} = \begin{pmatrix} b_I \\ b_{II} \\ b_{III} \\ b_{IV} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{I_1}, b_{I_2}, b_{I_3}, b_{I_4}, \dots, b_{I_j} \\ b_{II_1}, b_{II_2}, b_{II_3}, b_{II_4}, \dots, b_{II_j} \\ b_{III_1}, b_{III_2}, b_{III_3}, b_{III_4}, \dots, b_{III_j} \\ b_{IV_1}, b_{IV_2}, b_{IV_3}, b_{IV_4}, \dots, b_{IV_j} \end{pmatrix}$$

设“模型V”为：

$$\tilde{B}^* = \tilde{A} \circ \tilde{B} = (\tilde{b}_1^*, \tilde{b}_2^*, \tilde{b}_3^*, \tilde{b}_4^*, \dots, \tilde{b}_j^*) f(\tilde{A}, \tilde{B}) \quad (5)$$

其中：

$$\tilde{b}_j^* = \sum_{k=1}^4 a_k \cdot b_{kj}$$

$$k = I, II, III, IV$$

$$j = 1, 2, \dots, m$$

它是用普通实数乘法和 \oplus 分别代替 $*$ 、 \ast ，将“模型V”简记为 $M_V(\cdot, \oplus)$ 称为“综合决策模型”。即：

$$M_V(\cdot, \oplus) = \frac{1}{4} \left[\sum_{i=1}^m (a_i A \gamma_{ij}) + \sum_{i=1}^m (a_i \cdot \gamma_{ij}) + \sum_{i=1}^m (a_i A \gamma_{ij}) + \sum_{i=1}^m (a_i \cdot \gamma_{ij}) \right] \quad (6)$$

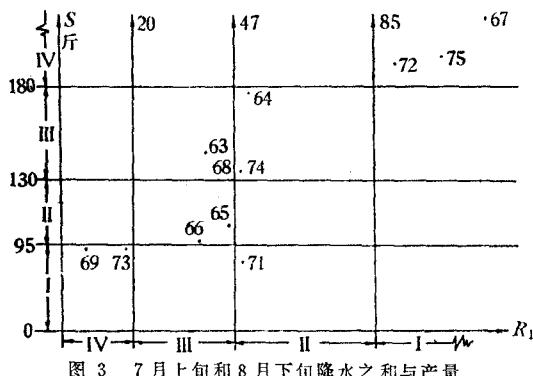
“广义决策模型”是反映对事物不同的综合，而“模型V”是对前4个模型决策的结果再作进一步的总评价。取 b_j^* 中的最大值 b_{max}^* 决定其产量到底属于哪一量级。

2. 综合决策模型在预报青海铁卜加草原改良站牧草产量中的应用

1) 划分 我们选用该地牧草单产与气象因子关系较为密切的 R_i (R_i 的含义可参看表1的备注“ R_i ”)。作为预报因子(以下简称对象)。

因本文主要是决策枯草期的留栏牲畜头数和人工草地的布局，所以只要确定翌年的牧草产量趋势，就可达到预期的目的。因此我们将牧草产量“S”分为4级， $S(S_I, S_{II}, S_{III}, S_{IV})$ ，相应地也将因子 R_i 分为4级。在直角坐标系中(如图3)，各选平行“S”轴和平行 R_i 轴的3条线而割成16个区域，如此有无穷多个选法。但这些线的选择，必须使数学模型对历史资料模拟率达到最高的那些线。以下就是根据这些原则划分的。

分别把历年每个因子 R_i 与对象所对应的点(以下简称样本)标在直角坐标图上(如图

图 3 7月上旬和8月下旬降水之和与产量
对应关系图fig.3 coorelation between the yield(S) and the
rainfall(R1)from early July to early August

R_1	$\left\{ \begin{array}{l} R_{1I} \text{ (当 } R_1 \geq 85 \text{ 毫米)} \\ R_{1II} \text{ (当 } 47 \leq R_1 < 85 \text{)} \\ R_{1III} \text{ (当 } 20 \leq R_1 < 47 \text{)} \\ R_{1IV} \text{ (当 } R_1 < 20 \text{)} \end{array} \right.$	R_2	$\left\{ \begin{array}{l} R_{2I} \text{ (当 } R_2 \geq 255 \text{ 毫米)} \\ R_{2II} \text{ (当 } 225 \leq R_2 < 255 \text{ 毫米)} \\ R_{2III} \text{ (当 } 180 \leq R_2 < 225 \text{)} \\ R_{2IV} \text{ (当 } R_2 < 180 \text{)} \end{array} \right.$
R_3	$\left\{ \begin{array}{l} R_{3I} \text{ (当 } R_3 \geq 220 \text{ 毫米)} \\ R_{3II} \text{ (当 } 150 \leq R_3 < 220 \text{)} \\ R_{3III} \text{ (当 } 111 \leq R_3 < 150 \text{)} \\ R_{3IV} \text{ (当 } R_3 < 111 \text{)} \end{array} \right.$	R_4	$\left\{ \begin{array}{l} R_{4I} \text{ (当 } R_4 \geq 38 \text{ 毫米)} \\ R_{4II} \text{ (当 } 25 \leq R_4 < 38 \text{ 毫米)} \\ R_{4III} \text{ (当 } 18 \leq R_4 < 25 \text{ 毫米)} \\ R_{4IV} \text{ (当 } R_4 < 18 \text{ 毫米)} \end{array} \right.$
R_5	$\left\{ \begin{array}{l} R_{5I} \text{ (当 } R_5 \geq 40 \text{ 毫米)} \\ R_{5II} \text{ (当 } 22 \leq R_5 < 40 \text{ 毫米)} \\ R_{5III} \text{ (当 } 12 \leq R_5 < 22 \text{ 毫米)} \\ R_{5IV} \text{ (当 } R_5 < 12 \text{ 毫米)} \end{array} \right.$		

2) 模糊关系的确定 现在问题的关键是找出评语论域“ S ”和因素论域 R_i 间的模糊关系。

这里是以各因子区间所含样本数与总样本数的比值（在0—1）之间作为 A 中的备选元素。这些元素分别表示各因子在 A 中所占的权重。同样，以在某一因子的某一区间内的各对象之间所含样本数与该因子的某一区间内所含全部样本数的比值为 R 中的备选元素。这些元素表示：在 R 中，在某一因子的某一区间被确定的条件下，各对象区间所占的权重。根据以上所做各图及其各区间的样本数 S 可求出“模糊关系” A 和 R 中的所有备选元素（见表2）。

3) 计算 例如1976年各因子的观测值分别为：

$$R_1 = 38.7 \text{ 毫米} \quad R_2 = 219.9 \text{ 毫米} \quad R_3 = 128.3 \text{ 毫米} \quad R_4 = 28.6 \text{ 毫米}$$

$$R_5 = 10.1 \text{ 毫米}$$

从这些因子与“ S ”的对应关系图上，（如图3）分别找到这些值各落在 R_{1II} 、 R_{2II} 、 R_{4II} 、 R_{5II} 区间，在（表2）中又分别找到 A 在 R_{1II} 、 R_{2II} 、 R_{3IV} 、 R_{4II} 、 R_{5IV} 区间中的备选元素各为：0.33、0.33、0.17、0.33、0.25。

所以：

3中 R_i 与“ S ”的对应点，其他图亦然，从略），这些点分别表示各因子与“ S ”的关系，然后按预报要求在图上把“ S ”分成4个区间 S_I 、 S_{II} 、 S_{III} 、 S_{IV}

S_I ($180 \leq S_I$) → 表示大丰收

S_{II} ($130 \leq S_{II} < 180$) → 表示平产偏高

S_{III} ($95 \leq S_{III} < 130$) → 表示平产偏低

S_{IV} ($S_{IV} < 95$) → 表示大欠收

同样根据预报经验和考虑各样本的代表性及划分原则，将 R_i 各分为：

$$R_{2I} \text{ (当 } R_2 \geq 255 \text{ 毫米)}$$

$$R_{2II} \text{ (当 } 225 \leq R_2 < 255 \text{ 毫米)}$$

$$R_{2III} \text{ (当 } 180 \leq R_2 < 225 \text{ 毫米)}$$

$$R_{2IV} \text{ (当 } R_2 < 180 \text{ 毫米)}$$

$$R_{4I} \text{ (当 } R_4 \geq 38 \text{ 毫米)}$$

$$R_{4II} \text{ (当 } 25 \leq R_4 < 38 \text{ 毫米)}$$

$$R_{4III} \text{ (当 } 18 \leq R_4 < 25 \text{ 毫米)}$$

$$R_{4IV} \text{ (当 } R_4 < 18 \text{ 毫米)}$$

表 2 A和R的备用元素表
table 2 reserved elements for A and R

因 子	区 间	A中的 备选元素	R 中的 备 选 元 素	因 子	区 间	A中的 备选元素	R 中的 备 选 元 素
R ₁	R ₁ I	$\mu_{R_1} I = 3/12 = 0.25$	$\mu_{R_1} I(SI) = 3/3 = 1$ $\mu_{R_1} I(SII) = 0$ $\mu_{R_1} I(SIII) = 0$ $\mu_{R_1} I(SIV) = 0$	R ₂ I		$\mu_{R_2} I = 3/12 = 0.25$	$\mu_{R_2} I(SI) = 2/3 = 0.67$ $\mu_{R_2} I(SII) = 1/3 = 0.33$ $\mu_{R_2} I(SIII) = 0$ $\mu_{R_2} I(SIV) = 0$
	R ₂ I	$\mu_{R_1} I = 3/12$	$\mu_{R_1} I(SI) = 0$ $\mu_{R_1} I(SII) = 2/3 = 0.67$ $\mu_{R_1} I(SIII) = 0$ $\mu_{R_1} I(SIV) = 1/3 = 0.33$			$\mu_{R_2} I = 2/12 = 0.17$	$\mu_{R_2} I(SI) = 1/2 = 0.5$ $\mu_{R_2} I(SII) = 1/2 = 0.5$ $\mu_{R_2} I(SIII) = 0$ $\mu_{R_2} I(SIV) = 0$
	R ₁ II	$\mu_{R_1} II = 4/12 = 0.33$	$\mu_{R_1} II(SI) = 0$ $\mu_{R_1} II(SII) = 1/4 = 0.25$ $\mu_{R_1} II(SIII) = 2/4 = 0.5$ $\mu_{R_1} II(SIV) = 1/4 = 0.25$			$\mu_{R_2} II = 4/12 = 0.33$	$\mu_{R_2} II(SI) = 0$ $\mu_{R_2} II(SII) = 1/4 = 0.25$ $\mu_{R_2} II(SIII) = 1/4 = 0.25$ $\mu_{R_2} II(SIV) = 2/4 = 0.5$
	R ₁ IV	$\mu_{R_1} IV = 2/12 = 0.17$	$\mu_{R_1} IV(SI) = 0$ $\mu_{R_1} IV(SII) = 0/3 = 0$ $\mu_{R_1} IV(SIII) = 0/3 = 0$ $\mu_{R_1} IV(SIV) = 3/5 = 1$			$\mu_{R_2} IV = 3/12 = 0.25$	$\mu_{R_2} IV(SI) = 0$ $\mu_{R_2} IV(SII) = 0$ $\mu_{R_2} IV(SIII) = 1/3 = 0.33$ $\mu_{R_2} IV(SIV) = 2/3 = 0.67$
因 子	区 间	A中的 备选元素	R 中的 备 选 元 素	因 子	区 间	A中的 备选元素	R 中的 备 选 元 素
R ₃	R ₃ I	$\mu_{R_3} I = 3/12 = 0.25$	$\mu_{R_3} I(SI) = 2/3 = 0.67$ $\mu_{R_3} I(SII) = 1/3 = 0.33$ $\mu_{R_3} I(SIII) = 0$ $\mu_{R_3} I(SIV) = 0$	R ₄ I		$\mu_{R_4} I = 3/12 = 0.25$	$\mu_{R_4} I(SI) = 2/3 = 0.67$ $\mu_{R_4} I(SII) = 1/3 = 0.33$ $\mu_{R_4} I(SIII) = 0$ $\mu_{R_4} I(SIV) = 0$
	R ₃ II	$\mu_{R_3} II = 3/12 = 0.25$	$\mu_{R_3} II(SI) = 0$ $\mu_{R_3} II(SII) = 1/2 = 0.67$ $\mu_{R_3} II(SIII) = 0$ $\mu_{R_3} II(SIV) = 1/2 = 0.33$			$\mu_{R_4} II = 4/12 = 0.33$	$\mu_{R_4} II(SI) = 1/4 = 0.25$ $\mu_{R_4} II(SII) = 2/4 = 0.5$ $\mu_{R_4} II(SIII) = 0$ $\mu_{R_4} II(SIV) = 1/4 = 0.25$
	R ₃ III	$\mu_{R_3} III = 2/12 = 0.17$	$\mu_{R_3} III(SI) = 1/3 = 0.5$ $\mu_{R_3} III(SII) = 1/3 = 0$ $\mu_{R_3} III(SIII) = 0$ $\mu_{R_3} III(SIV) = 1/3 = 0.5$			$\mu_{R_4} III = 2/12 = 0.17$	$\mu_{R_4} III(SI) = 0$ $\mu_{R_4} III(SII) = 0$ $\mu_{R_4} III(SIII) = 2/2 = 1$ $\mu_{R_4} III(SIV) = 0$
	R ₃ IV	$\mu_{R_3} IV = 4/12 = 0.33$	$\mu_{R_3} IV(SI) = 0$ $\mu_{R_3} IV(SII) = 0$ $\mu_{R_3} IV(SIII) = 1/2 = 0.5$ $\mu_{R_3} IV(SIV) = 1/2 = 0.5$			$\mu_{R_4} IV = 3/12 = 0.25$	$\mu_{R_4} IV(SI) = 0$ $\mu_{R_4} IV(SII) = 0$ $\mu_{R_4} IV(SIII) = 0$ $\mu_{R_4} IV(SIV) = 3/3 = 1$

续表 2

因 子	区 间	\tilde{A} 中的 备选元素	\tilde{R} 中的 备选元素
R_5	$R_5 I$	$\mu_{R_5 I} = 3/12 = 0.25$	$\mu_{R_5 I}(S I) = 3/3 = 1$ $\mu_{R_5 I}(S II) = 0$ $\mu_{R_5 I}(S III) = 0$ $\mu_{R_5 I}(S IV) = 0$
	$R_5 II$	$\mu_{R_5 II} = 3/12 = 0.25$	$\mu_{R_5 II}(S I) = 0$ $\mu_{R_5 II}(S II) = 1/3 = 0.33$ $\mu_{R_5 II}(S III) = 1/3 = 0.33$ $\mu_{R_5 II}(S IV) = 1/3 = 0.33$
	$R_5 III$	$\mu_{R_5 III} = 3/12 = 0.25$	$\mu_{R_5 III}(S I) = 0$ $\mu_{R_5 III}(S II) = 1/3 = 0.33$ $\mu_{R_5 III}(S III) = 1/3 = 0.33$ $\mu_{R_5 III}(S IV) = 1/3 = 0.33$
$R_5 IV$	$R_5 IV$	$\mu_{R_5 IV} = 3/12 = 0.25$	$\mu_{R_5 IV}(S I) = 0$ $\mu_{R_5 IV}(S II) = 1/3 = 0.33$ $\mu_{R_5 IV}(S III) = 0$ $\mu_{R_5 IV}(S IV) = 2/3 = 0.67$

$$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$$

$$\sim = (0.33, 0.33, 0.17, 0.33, 0.25)$$

归一化为

$$\Rightarrow (0.23, 0.23, 0.12, 0.23, 0.18)$$

同样在(表2)中又找到 R 在 $R_1 IV$ 、 $R_2 IV$ 、 $R_3 IV$ 、 $R_4 IV$ 、 $R_5 IV$ 区间的备选元素分别为:

$$(0.00, 0.25, 0.50, 0.25)$$

$$(0.00, 0.25, 0.25, 0.50)$$

$$(0.50, 0.00, 0.00, 0.50)$$

$$(0.25, 0.50, 0.00, 0.25)$$

$$(0.00, 0.33, 0.00, 0.67)$$

于是可得模糊关系方程为:

$$B = \tilde{A} \circ \tilde{R} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$$

$$\sim \sim \sim = (0.23, 0.23, 0.12, 0.23, 0.18) \cdot$$

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 0.25 & 0.50 & 0.25 \\ 0.00 & 0.25 & 0.25 & 0.50 \\ 0.50 & 0.00 & 0.00 & 0.50 \\ 0.25 & 0.50 & 0.00 & 0.25 \\ 0.00 & 0.33 & 0.00 & 0.67 \end{pmatrix}$$

首先应用(1)、(2)、(3)、(4)式分别计算得:

$$M_I(\Lambda, V) = (0.23, 0.23, 0.23, 0.23) \xrightarrow{\Delta(\text{决策})} \text{失效}$$

$$M_{II}(\cdot, V) = (0.06, 0.12, 0.12, 0.12) \xrightarrow{\Delta(\text{决策})} \text{失效}$$

$$M_{III}(\Lambda, \oplus) = (0.35, 0.87, 0.46, 0.99) \xrightarrow{\Delta(\text{决策})} b_{IV}^* (\text{IV级})$$

$$M_{IV}(\cdot, \oplus) = (0.12, 0.29, 0.17, 0.41) \xrightarrow{\Delta(\text{决策})} b_{IV}^* (\text{IV级})$$

然后再用公式(6)计算得:

$$b_1^* = 1/4(0.23 + 0.06 + 0.35 + 0.12) = 0.19$$

$$b_2^* = 1/4(0.23 + 0.12 + 0.87 + 0.29) = 0.38$$

$$b_3^* = 1/4(0.23 + 0.12 + 0.46 + 0.17) = 0.25$$

$$b_4^* = 1/4(0.23 + 0.12 + 0.99 + 0.41) = 0.44$$

归一化后得:

$$M_V(\cdot, \oplus) = (0.15, 0.30, 0.20, 0.35) \xrightarrow{\Delta} b_4^* (\text{V级}) \text{与实际相符}$$

类似上述计算方法, 对1963—1975年的12年进行计算, 其模拟率高达100%并对1976、1980年预报, 结果符合实况, 见表1第9、10两列。

“综合决策模型”简捷有效，但亦有其不足之处。如在产量级的临界线附近的那些值的决策会遇到困难。为此，有必要建立一个定量的预报模型加以补充。本文根据1964—1975年中的有关十年资料，采用逐步回归分析，建立了一个产量预报模型 \hat{S} ：

$$\hat{S} = -6.8223 - 0.4871R_1 + 0.3033R_2 + 0.0791R_3 + 2.8231R_4 + 0.6361R_5 \quad (7)$$

其复相关系数 $R = 0.969 > R_{0.05} = 0.94$ 。（7）式对历史资料模拟及预报结果见表1的第11—14列。这不仅在量级预报能与综合决策判断结果加以核对，且能预报出某一产量级约为多少斤。

但由（7）式对1976年预报为138.3斤/亩，产量级为Ⅱ级，和“综合决策模型”预报为Ⅳ级发生了矛盾。尤其严重的是有两级之差，看来还得寻找更多的数学模型参与预报。这里根据1961—1975年的牧草产量与时间序列的关系（如图4中的实践所示），启发了我们采用周期方差分析的方法进行预报。计算过程与结果见表3。

表3 1961—1975年青海省铁卜加草原改良站牧草产量周期、方差计算表

table 3 periodic variance calculation table used for predicting herbage

yield from 1961—1975 in Tiebjia Pasture Improvement station Qinghai

年份	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976
1 实际值	145.1	183.5	94.8	177.2	106.3	97.8	218.3	130.1	93.0	110.5	86.1	193.4	92.9	135.0	196.8	93.0
2 距平值	7.7	46.1	-42.6	39.8	-31.1	-39.6	230.9	-7.3	-44.4	-26.9	-51.3	56.0	-44.5	-2.4	59.4	
3 第一周期 (5年周期)	-27.7	61.0	-31.5	-2.3	0.5	-27.7	61.0	-31.5	-2.3	0.5	-27.7	61	-31.5	-2.3	0.5	-27.7
4 2—3新序列	35.4	-14.9	-11.1	42.1	-31.6	-11.9	19.9	24.2	-42.1	-27.4	-23.6	-5.0	-13.0	-0.1	58.9	
5 第二周期 (7年周期)	39.5	-28.5	-19.3	9.3	-18.3	-12.5	9.9	39.5	-28.5	-19.3	9.3	-18.3	-12.5	9.9	39.5	-28.5
6 4—5新序列	-4.1	13.6	8.2	32.8	-13.3	0.6	10.0	-15.3	-13.6	-8.1	-32.9	13.3	-0.5	-10.0	19.4	
7 第三周期 (3年周期)	6.0	-11.6	5.6	6.0	-11.6	5.6	6.0	-11.6	5.6	6.0	-11.6	5.6	6.0	-11.6	5.6	6.0
8 6—7新序列	-10.1	25.2	2.6	26.8	-1.7	-5.0	4.0	-3.7	-19.2	-14.1	-21.3	7.7	-6.5	1.6	13.8	
9 第四周期 (2年周期)	-4.8	5.5	-4.8	5.5	-4.8	5.5	-4.8	5.5	-4.8	5.5	-4.8	5.5	-4.8	5.5	-4.8	5.5
10 8—9新序列	-5.3	19.7	7.4	21.3	3.1	-10.5	8.8	-9.2	-14.4	-19.6	-16.5	2.2	-1.7	-3.9	18.6	
11 第五周期 (5年周期)	-10.8	10.2	-1.2	1.0	0.7	-10.8	10.2	-1.2	1.0	0.7	-10.8	10.2	-1.2	1.0	0.7	-10.8
12 10—11新序列	5.5	9.5	8.6	20.3	2.4	0.3	-1.4	-8.0	-15.4	-20.3	-5.7	-8.0	-0.5	-4.9	17.9	
13 第六周期 (8年周期)	-5.0	-5.4	1.5	6.0	1.0	-2.3	8.3	-8.0	-5.0	-5.4	1.5	6.2	1.0	-2.3	8.3	-8.0
14 ③+⑤+⑦+⑨+⑬ ⑪+x迭加Y	134.6	173.6	87.7	162.9	104.9	95.2	228.0	130.1	103.4	125.4	93.3	207.6	94.4	137.5	187.2	73.9
15 ①—⑭ y—Y	-10.6	9.9	7.1	20.7	1.4	2.6	-9.7	0.0	-10.4	-14.9	-7.2	-14.2	-1.5	-2.6	9.6	19.7
16 按级 别 实 际 计 算	I	I	IV	I	I	I	I	I	IV	IV	IV	I	IV	I	I	IV
17 检 查 正 误	V	X	V	V	V	V	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V
18 数值模拟率	92.8	94.6	92.5	92.0	98.7	97.3	95.6	100.0	88.8	86.5	91.6	92.7	98.4	98.1	95.1	78.8

由表3可知，1976年的产量预报为73.9斤/亩是Ⅳ级，和“综合决策模型”预报结果相同，考虑到（7）式计算的138.3斤/亩（Ⅱ级），于是可以推断出1976年的产量不仅是Ⅳ级，

且接近于Ⅳ级的上限——95斤/亩，这与实产是93.8斤/亩基本相吻合。

同理，采用周期方差分析对1980年的产量预报为184.5斤/亩，与实产200斤/亩接近，其产量级为Ⅰ级，也和实况基本相符（见表第20行）。

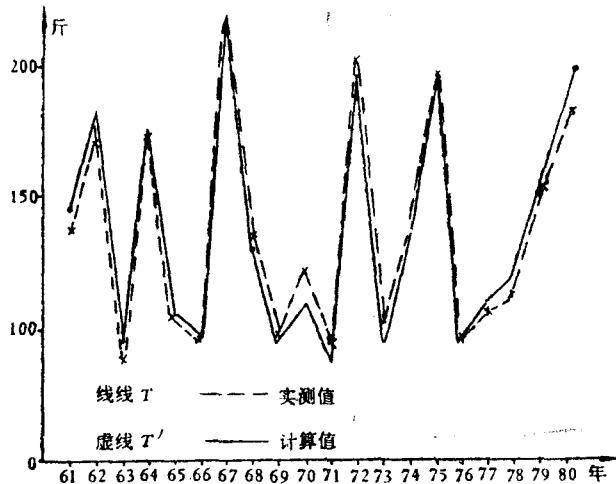


图4 产量随年份变化曲线T与拟合曲线

T'示意图

fig.4 curve T indicating annual yield and its fitting curve T'

四、结果与讨论

1. 表1第10列是根据12个数据而确定的模糊关系，通过“综合决策模型”对历史资料进行模拟，其模拟率高达100%，对1976、1980年预报，完全符合实际，预报结果令人满意。

2. 表2第11列中的结果，是根据10个数据采用逐步回归分析而得，其模拟率虽高达90%，但对1976、1980两年预报，却错了一个，这可能是由于该年在铁卜加未有气象资料所致（气象资料取决于该站邻近4县的平均值）。

3. 从表1第16列得知，19个历史资料模拟错了两个，其量级模拟率不仅高达89.5%，且每年数值模拟率也在86.5%以上（见表1第18列）。同时对1976、1980两年的预报全对，（见表1第20、21行）由此可见，牧草产量采取周期方差分析进行预报也是合理的，因为气象因子（主要是降水）具有准周期性质。而产量取决于降水量，这和本文筛选出的因子R_i（见表1备注）来看，是和牧区人民流传的“人靠牧畜活，畜靠水草生”相一致。

4. 若“综合决策模型”与“逐步回归分析”计算的结果不一致（如表1的第10和12两列）。应考虑“周期方差分析”所得的结果。如1971年“综合决策模型”计算为Ⅳ级，而“逐步回归分析”却计算为Ⅱ级。在这无法决策的情况下。再采用“周期方差分析”，其计算结果为94.3斤，综合3种方法，即可断定1971年的产量，从量级上是Ⅳ级，从数值上应为接近Ⅳ级的上限，即94.3斤较为合理。这和实产86.1斤极为接近。不难看出，3种方法同时进行预报，综合决策，其效果要比2种方法更为理想。这就是本文采用3种方法预报的优越性和必要性。

最后，值得提出的是文中采用“综合决策模型”预报牧草产量，尚属初步尝试。这里仅仅提供了一个方法。“模型V”的提出，虽符合实际，但尚缺乏理论上的证明，特别权重各取1/4，还是来之经验，有待从理论上进一步探讨。

参 考 文 献

- 任继周等 1982 草原生产流程及草原季节畜牧业。中国农业科学 1982(2)。
- 朱伯承 1961 统计天气预报。第3—7页。上海科学技术出版社。
- 陈永义、刘云丰、汪培庄 1983 综合评判的数学模型。模糊数学 1983(1)。
- 周电辉 1985 模糊数学在定西地区胡麻产量预报中的应用。植物生态学与地植物丛刊 9(2)。
- 曹鸿兴 1981 局地天气预报的数据分析方法。第282—283页。气象出版社。

APPLICATION OF FUZZY MATHEMATICS TO THE PREDICTION OF HERBAGE YIELD

Zhou Dianhui

(Institute of Biology, Gansu Academy of Sciences)

Luo Suiji Qi Yongjian Li Tao

(Tiebujia Pasture Improvement Station, Qinghai Province)

An empirical "Model V", simply called "synthetic decision model" was developed on the basis of the "synthetic judgement model with generalized fuzzy operation" in the practice of predicting herbage yield. This model is written as:

$$MV(\cdot, \oplus) = 1/4 \left[\sum_{i=1}^m V(a_i \wedge r_{i,i}) + \sum_{i=1}^m (a_i \cdot r_{i,i}) + \sum_{i=1}^m (a_i \wedge r_{i,i}) \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^m (a_i \cdot r_{i,i}) \right]$$

The model not only had obvious advantage of being calculated simply and being popularized easily but broadened the scope of application of the "synthetic judgement model with generalized fuzzy operation". In order to make up some deficiency, statistics was used for developing the following prediction model:

$$\hat{S} = -6.8223 - 0.4871R_1 + 0.03033R_2 + 0.0791R_3 \\ + 2.8231R_4 + 0.6361R_5$$

At the same time, periodic variance analysis was also used for the purpose. The comprehensive application of the above three methods to the prediction gives the better accuracy results. In this paper, some illustrative examples of calculation are given, and the necessity and superiority of the application of several models to the prediction is also discussed.