第6卷第1期
1986年3月

生 态 学 报
ACTA ECOLOGICA SINICA

Vol.6 No.1
Mar., 1986

模糊数学在牧草产量预报中的应用*

周 电 辉
(甘肃省科学院生物研究所)

罗世杰 祁永坚 李 涛
(青海省铁卜加草原改良站)

摘 要

本文在"广义 Fuzzy 运算的综合评判"的基础上，并结合牧草产量预报实践，提出了一个经验"模型V"，简称"综合决策模型"。

$$M\mathrm{V}(\cdot,\oplus)=1/4\left[\bigvee_{i=1}^{m}(a_i\Lambda\gamma_i)+\bigvee_{i=1}^{m}(a_i\cdot\gamma_{ij})+\sum_{i=1}^{m}(a_i\Lambda\gamma_{ij})+\sum_{i=1}^{m}(a_i\cdot\gamma_{ij})\right] \tag{6}$$

该模型不仅具有计算简捷，容易为群众掌握的优点，而且还扩大了"广义模糊运算的综合评判"的应用范围。为了弥补其不足，还运用数学统计法建立如下的预报模型：

$$\hat{S}=-6.8223-0.4871R_1+0.3033R_2+0.0791R_3+2.8231R_4+0.6361R_5 \tag{7}$$

同时，还用周期方差分析来预报牧草产量。最后，综合运用了上述3种方法来预报牧草产量，提高了预报的精确度，效果更好。本文还举例说明了计算方法，并且讨论了同时运用几种方法进行产量预报的必要性和优越性。

畜牧业在农业总产值中的比重，是农业现代化水平高低的标志之一。我国有草原33亿亩，发展畜牧业有很大的潜力。但由于生产过程中的各种原因，限制了畜牧业的发展。其中"春乏"就是明显的原因。因牲畜"春乏"掉膘死亡而损失的总肉量约为国家每年收购量的4—5倍。专家们曾提出，在牧草旺季，割草贮备，或保留部分草地不牧，以资枯草期保持最低数量的畜群需要。如图1中（任继周等，1982），使6—9月份过剩的青草($W—Q$)转移到3—6月份缺草期间供作饲用。依($W—Q$)的产量定出牲畜的留栏头数，这无疑是个好办法。但若牧草歉收（100斤/亩以下），如图2中的"W"曲线。则不仅无足够干草贮备，且青草也不够当年牲畜食用，致使大量牲畜掉膘死亡，损失之大一目了然。

一、问题的提出

产生上述问题的原因很多。但牲畜存栏数的不合理，是一个主要原因。所以如此，是无良法预测翌年牧草产量所致。因而，准确预测翌年的牧草产量，是确定牲畜存栏数的关键。

本文试图根据青海省铁卜加草原改良站多年积累的试验资料，对牧草产量的预报进行了初步探讨。

* 本文多蒙任继周教授指导，吴仁润教授审阅以及青海省铁卜加草原改良站等同志的多方协助，在此一并致谢。

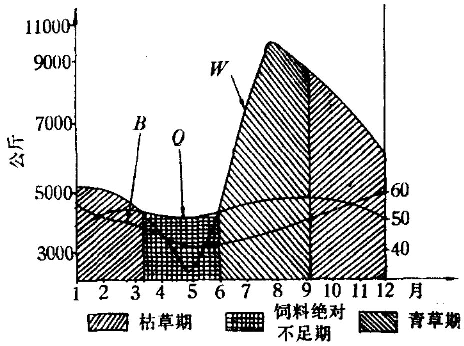

图 1　草地贮草量、家畜营养需要量和母羊体重变化状况

fig. 1 herbage storage of the grassland, nutritional requirements of livestock and changes in the weight of ewe

W：草原牧草供应量动态线（公斤干物质/180亩·月）

B：母羊平均体重动态线

Q：羊群饲料需要量动态线（公斤干物质/群·月）

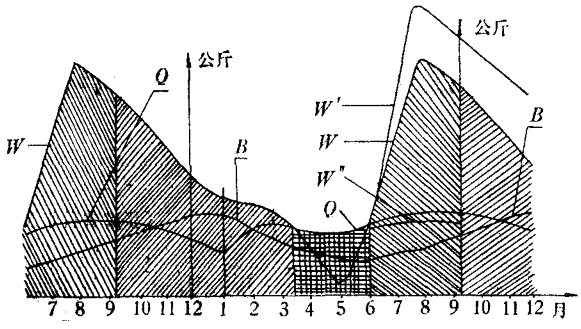

图 2　W、Q、B以及图例同图1

fig.2 W.Q.B and legends are the same as in fig.1

W′：草原牧草丰收年供应量动态线

W″：草原牧草欠收年供应量动态线

二、采用的资料和方法

铁卜加草原改良站自1961年至1975年，在地形复杂的几百万亩草地上，对牧草产量进行了定位测产和多次全面的调查。测算的产量较为可靠。由于取样各点气候不尽相同，在探讨牧草产量与气象因子相关性时，还参考了邻近的天峻、共和、刚察、茶卡4县的气象资料。通过逐步回归筛选出与牧草产量关系较为密切的因子R_i（见表1）。

气象因子是具有随机性（曹鸿兴，1981）和模糊性（朱伯承，1961）的。所以牧草产量也具有随机性和模糊性。故本文采用模糊数学方法辅之逐步回归及周期方差分析，综合判断出预报值。

三、“综合决策模型”在牧草产量预报中的应用

1. 经验“模型Ⅴ”的提出

国内已有应用*Fuzzy*理论提出的“广义 *Fuzzy* 运算下的综合评判”（陈永义等，1983）（以下简称“广义决策模型”）。其中的4个模型，在进行牧草产量预报时，发现许多场合其决策结果失效（周电辉，1985）。

本文结合牧草产量预报的实际，补充一个经验“模型Ⅴ”：

由“广义决策模型”中

可令：

表 1　产量预报对照表

table 1 contrast between the predicted yield and the determined yield

	年代	产量（斤亩）	产量级	降雨量 气象因子 单位：毫米(mm)					数学模型 综合决策		数学模型 逐步回归				周期方差分析			
									预报	拟合	预报	拟合	数值预报	拟合案	级别预报	模拟	数值预报	模拟率(%)
		V	G	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	V_G	√× 对否	$\hat{V}_G$	√× 对否	$\hat{V}_S$	$\hat{V}_S/V$	$\hat{V}_G$	√× 对否	$\hat{V}_G$	V_S/V
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1961	145.1	Ⅱ	44.4	218.9	87.3	26.7	17.7							Ⅱ	√	134.6	92.5
2	1962	185.5	Ⅰ	41.6	148.0	94.1	26.9	14.7							Ⅱ	×	173.6	91.6
3	1963	948	Ⅳ	39.5	204.1	120.5	25.7	13.9	Ⅳ	√					Ⅳ	√	87.7	92.5
4	1964	177.2	Ⅱ	50.8	225.4	246.7	38.7	12.1	Ⅱ	√	Ⅱ	√	173.7	98.0	Ⅱ	√	162.9	92.0
5	1965	106.2	Ⅲ	45.9	183.8	84.2	23.2	22.7	Ⅲ	√	Ⅲ	√	113.6	93.1	Ⅲ	√	104.9	98.7
6	1966	97.8	Ⅲ	38.1	135.0	110.1	23.1	15.0	Ⅲ	√	Ⅲ	√	99.8	98.0	Ⅲ	√	95.2	97.3
7	1967	218.3	Ⅰ	114.7	315.9	392.2	40.0	74.7	Ⅰ	√	Ⅰ	√	225.0	96.9	Ⅰ	√	228.0	95.6
8	1968	130.1	Ⅱ	42.5	183.4	252.4	31.5	11.0	Ⅱ	√	Ⅱ	√	114.5	88.9	Ⅱ	√	130.1	100.0
9	1969	93.0	Ⅳ	7.4	170.3	161.4	6.3	1.1	Ⅳ	√	Ⅳ	√	73.0	78.5	Ⅲ	×	103.4	88.8
10	1970	110.5	Ⅲ	17.8	216.6	118.8	4.6	13.2							Ⅲ	√	125.4	86.5
11	1971	86.1	Ⅳ	49.8	223.8	98.4	14.1	35.7	Ⅳ	√	Ⅲ	×	107.5	75.1	Ⅳ	√	93.3	91.6
12	1972	193.4	Ⅰ	90.4	250.4	390.6	33.8	56.6	Ⅰ	√	Ⅰ	√	187.6	97.1	Ⅰ	√	207.6	92.7
13	1973	92.9	Ⅳ	18.6	179.4	85.8	15.8	2.8	Ⅳ	√	Ⅳ	√	92.2	99.2	Ⅲ	√	94.4	98.4
14	1974	135.0	Ⅱ	49.2	279.4	138.0	26.9	22.3	Ⅱ	√					Ⅱ	√	137.5	98.1
15	1975	196.8	Ⅰ	103.0	259.5	112.4	38.2	64.8	Ⅰ	√	Ⅰ	√	180.0	91.5	Ⅰ	√	187.2	95.1
16	1976	93.8	Ⅳ	38.7	219.9	128.3	28.6	10.1							Ⅳ	√	73.9	78.8
17	1977	110.0	Ⅲ	16.8	139.2	92.1	14.0	2.9							Ⅲ	√	108.0	93.5
18	1978	120.0	Ⅲ	29.6	145.7	123.9	8.3	21.3							Ⅲ	√	114.5	95.3
19	1979	160.0	Ⅱ	40.7	188.2	77.0	27.2	13.4							Ⅱ	√	155.4	97.1
20	1980	200.0	Ⅰ	88.9	199.2	136.9	48.0	40.9	Ⅰ	√	Ⅰ	√	183.0	91.5	Ⅰ	√	184.5	92.5
21	1976	93.8	Ⅳ						Ⅳ	√	Ⅰ	×	138.3	52.0	Ⅳ	√	91.2	93.0

备注　1. R_1—— 7 月上旬和 8 月下旬降雨之和

R_2—— 6 至 8 月降雨之和

R_3——头年秋季以及当年春季降雨之和

R_4—— 7 月上旬降雨

R_5—— 8 月下旬降雨

2. 1963年以前的气象资料不规范，1976—1979年气象资料短缺，这里 1963、1965、1966、1976四年是采用铁卜加气象站周围的天峻、刚察、茶卡、共和 4 站的平均值（1965、1966有些问题）其他各年是该站的资料。

3. 1961—1975年的产量是在数百万亩地多点采样的平均值，1976—1980年是该站的小区试验和对大田的估产值这和1975年前的产量是有区别的。

4. 1970年的产量因受1969年的干旱所影响，故弃之。

5. 20、21行为预报结果。

$$b_{\mathrm{I}j}=\bigvee_{i=1}^{m}(a_i\Lambda\gamma_{ij}) \quad (1)$$

$$b_{\mathrm{II}j}=\bigvee_{i=1}^{m}(a_i\cdot\gamma_{ij}) \quad (2)$$

$$b_{\mathrm{III}j}=\sum_{i=1}^{m}(a_i\Lambda\gamma_{ij}) \quad (3)$$

$$b_{\mathrm{IV}j}=\sum_{i=1}^{m}(a_i\cdot\gamma_{ij}) \quad (4)$$

首先将（1）、（2）、（3）、（4）各作为单因素。其次为了保持这4种模型各自的特点，加之各种预报经验，得出4种模型的权重各取$\frac{1}{4}$时，其预报效果较为理想。

故令：

$$\underset{\sim}{A}=(a\mathrm{I},\ a\mathrm{II},\ a\mathrm{III},\ a\mathrm{IV})=\left(\frac{1}{4},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{4}\right)$$

$$\underset{\sim}{B}=\begin{pmatrix} b\mathrm{I} \\ b\mathrm{II} \\ b\mathrm{III} \\ b\mathrm{IV}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} b\mathrm{I}_1,\ b\mathrm{I}_2,\ b\mathrm{I}_3,\ b\mathrm{I}_4\cdots\cdots b\mathrm{I}_j \\ b\mathrm{II}_1,\ b\mathrm{II}_2,\ b\mathrm{II}_3,\ b\mathrm{II}_4\cdots\cdots b\mathrm{II}_j \\ b\mathrm{III}_1,\ b\mathrm{III}_2,\ b\mathrm{III}_3,\ b\mathrm{III}_4\cdots\cdots b\mathrm{III}_j \\ b\mathrm{IV}_1,\ b\mathrm{IV}_2,\ b\mathrm{IV}_3,\ b\mathrm{IV}_4\cdots\cdots b\mathrm{IV}_j\end{pmatrix}$$

设“模型Ⅴ”为：

$$\underset{\sim}{B}^*=\underset{\sim}{A}O\underset{\sim}{B}=(b_1^*,\ b_2^*,\ b_3^*,\ b_4^*,\cdots\cdots,b_j^*)f(\underset{\sim}{A}、\ \underset{\sim}{B}) \quad (5)$$

其中：

$$b_j^*=\sum_{k=1}^{\mathrm{IV}}a_k\cdot b_{kj}$$

$$k=\mathrm{I},\ \mathrm{II},\ \mathrm{III},\ \mathrm{IV}$$

$$j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,m$$

它是用普通实数乘法和$\oplus$分别代替$\dot{*}$、$\overset{+}{*}$，将“模型Ⅴ”简记为M_{V}（$\cdot$，$\oplus$）称为“综合决策模型”。即：

$$M_{\mathrm{V}}(\cdot,\oplus)=\frac{1}{4}\left[\bigvee_{i=1}^{m}\left(a_i\Lambda\gamma_{ij}\right)+\bigvee_{i=1}^{m}\left(a_i\cdot\gamma_{ij}\right)+\sum_{i=1}^{m}\left(a_i\Lambda\gamma_{ij}\right)+\sum_{i=1}^{m}\left(a_i\cdot\gamma_{ij}\right)\right] \quad (6)$$

“广义决策模型”是反映对事物不同的综合，而“模型Ⅴ”是对前4个模型决策的结果再作进一步的总评价。取b_j^*中的最大值b_{max}^*决定其产量到底属于哪一量级。

2．综合决策模型在预报青海铁卜加草原改良站牧草产量中的应用

1）划分　我们选用该地牧草单产与气象因子关系较为密切的R_i（R_i的含义可参看表1的备注“R_i”）。作为预报因子（以下简称对象）。

因本文主要是决策枯草期的留栏牲畜头数和人工草地的布局，所以只要确定翌年的牧草产量趋势，就可达到预期的目的。因此我们将牧草产量“S”分为4级，S(SⅠ,SⅡ,SⅢ,SⅣ)，相应地也将因子R_i分为4级。在直角坐标系中（如图3），各选平行“S”轴和平行R_i轴的3条线而割成16个区域，如此有无穷多个选法。但这些线的选择，必须使数学模型对历史资料模拟率达到最高的那些线。以下就是根据这些原则划分的。

分别把历年每个因子R_i与对象所对应的点（以下简称样本）标在直角坐标图上（如图

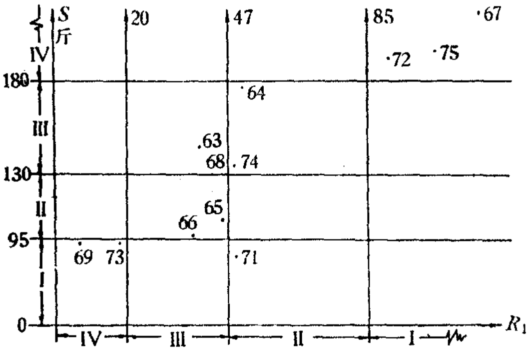

图 3　7月上旬和8月下旬降水之和与产量对应关系图

fig.3 coorelation between the yield(S) and the rainfall(R_1) from early July to early August

3 中R_1与"S"的对应点，其他图亦然，从略)，这些点分别表示各因子与"S"的关系，然后按预报要求在图上把"S"分成 4 个区间$S_{Ⅰ}$、$S_{Ⅱ}$、$S_{Ⅲ}$、$S_{Ⅳ}$

$S_{Ⅰ}$（$180 \leqslant S_{Ⅰ}$）　⟶表示大丰收

$S_{Ⅱ}$（$130 \leqslant S_{Ⅱ} < 180$）⟶表示平产偏高

$S_{Ⅲ}$（$95 \leqslant S_{Ⅲ} < 130$）⟶表示平产偏低

$S_{Ⅳ}$（$S_{Ⅳ} < 95$）　⟶表示大欠收

同样根据预报经验和考虑各样本的代表性及划分原则，将R_i各分为：

$$R_1\begin{cases} R_{1Ⅰ}（当R_1 \geqslant 85毫米）\\ R_{1Ⅱ}（当47 \leqslant R_1 < 85）\\ R_{1Ⅲ}（当20 \leqslant R_1 < 47）\\ R_{1Ⅳ}（当R_1 < 20）\end{cases}\qquad R_2\begin{cases} R_{2Ⅰ}（当R_2 \geqslant 255）\\ R_{2Ⅱ}（当225 \leqslant R_2 < 255毫米）\\ R_{2Ⅲ}（当180 \leqslant R_2 < 225）\\ R_{2Ⅳ}（当R_2 < 180）\end{cases}$$

$$R_3\begin{cases} R_{3Ⅰ}（当R_3 \geqslant 220毫米）\\ R_{3Ⅱ}（当150 \leqslant R_3 < 220）\\ R_{3Ⅲ}（当111 \leqslant R_3 < 150）\\ R_{3Ⅳ}（当R_3 < 111）\end{cases}\qquad R_4\begin{cases} R_{4Ⅰ}（当R_4 \geqslant 38毫米）\\ R_{4Ⅱ}（当25 \leqslant R_4 < 38毫米）\\ R_{4Ⅲ}（当18 \leqslant R_4 \leqslant 25毫米）\\ R_{4Ⅳ}（当R_4 < 18毫米）\end{cases}$$

$$R_5\begin{cases} R_{5Ⅰ}（当R_5 \geqslant 40毫米）\\ R_{5Ⅱ}（当22 \leqslant R_5 < 140毫米）\\ R_{5Ⅲ}（当12 \leqslant R_5 < 22毫米）\\ R_{5Ⅳ}（当R_5 < 12毫米）\end{cases}$$

2）模糊关系的确定　现在问题的关键是找出评语论域"S"和因素论域R_i间的模糊关系。

这里是以各因子区间所含样本数与总样本数的比值（在 0 — 1）之间作为$\underset{\sim}{A}$中的备选元素。这些元素分别表示各因子在$\underset{\sim}{A}$中所占的权重。同样，以在某一因子的某一区间内的各对象之间所含样本数与该因子的某一区间内所含全部样本数的比值为$\underset{\sim}{R}$中的备选元素。这些元素表示：在$\underset{\sim}{R}$中，在某一因子的某一区间被确定的条件下，各对象区间所占的权重。根据以上所做各图及其各区间的样本数S可求出"模糊关系"$\underset{\sim}{A}$和$\underset{\sim}{R}$中的所有备选元素（见表 2）。

3）计算　例如1976年各因子的观测值分别为：

$R_1 = 38.7$毫米　　$R_2 = 219.9$毫米　　$R_3 = 128.3$毫米　　$R_4 = 28.6$毫米

$R_5 = 10.1$毫米

从这些因子与"S"的对应关系图上，（如图 3）分别找到这些值各落在$R_{1Ⅲ}$、$R_{2Ⅲ}$、$R_{4Ⅱ}$、$R_{5Ⅲ}$区间，在（表 2）中又分别找到$\underset{\sim}{A}$在$R_{1Ⅲ}$、$R_{2Ⅲ}$、$R_{3Ⅳ}$、$R_{4Ⅱ}$、$R_{5Ⅳ}$区间中的备选元素各为：0.33、0.33、0.17、0.33、0.25。

所以：

表 2 A和R的备用元素表

table 2 reserved elements for A and R

因子	区间	$\underset{\smile}{A}$中的备选元素	$\underset{\smile}{R}$中的备选元素	因子	区间	$\underset{\smile}{A}$中的备选元素	$\underset{\smile}{R}$中的备选元素
R_1	$R_1\mathrm{I}$	$\mu_{R_1}\mathrm{I}=3/12$ $=0.25$	$\mu_{R_1}\mathrm{I}(S\mathrm{I})=3/3=1$ $\mu_{R_1}\mathrm{I}(S\mathrm{II})=0$ $\mu_{R_1}\mathrm{I}(S\mathrm{III})=0$ $\mu_{R_1}\mathrm{I}(S\mathrm{IV})=0$	R_2	$R_2\mathrm{I}$	$\mu_{R_2}\mathrm{I}=3/12$ $=0.25$	$\mu_{R_2}\mathrm{I}(S\mathrm{I})=2/3=0.67$ $\mu_{R_2}\mathrm{I}(S\mathrm{II})=1/3=0.33$ $\mu_{R_2}\mathrm{I}(S\mathrm{III})=0$ $\mu_{R_2}\mathrm{I}(S\mathrm{IV})=0$
	$R_1\mathrm{II}$	$\mu_{R_1}\mathrm{II}=3/12$	$\mu_{R_1}\mathrm{II}(S\mathrm{I})=0$ $\mu_{R_1}\mathrm{II}(S\mathrm{II})=2/3=0.67$ $\mu_{R_1}\mathrm{II}(S\mathrm{III})=0$ $\mu_{R_1}\mathrm{II}(S\mathrm{IV})=1/3=0.33$		$R_2\mathrm{II}$	$\mu_{R_2}\mathrm{II}=2/12$ $=0.17$	$\mu_{R_2}\mathrm{II}(S\mathrm{I})=1/2=0.5$ $\mu_{R_2}\mathrm{II}(S\mathrm{II})=1/2=0.5$ $\mu_{R_2}\mathrm{II}(S\mathrm{III})=0$ $\mu_{R_2}\mathrm{II}(S\mathrm{IV})=0$
	$R_1\mathrm{III}$	$\mu_{R_1}\mathrm{III}=4/12$ $=0.33$	$\mu_{R_1}\mathrm{III}(S\mathrm{I})=0$ $\mu_{R_1}\mathrm{III}(S\mathrm{II})=1/4=0.25$ $\mu_{R_1}\mathrm{III}(S\mathrm{III})=2/4=0.5$ $\mu_{R_1}\mathrm{III}(S\mathrm{IV})=1/4=0.25$		$R_2\mathrm{III}$	$\mu_{R_2}\mathrm{III}=4/12$ $=0.33$	$\mu_{R_2}\mathrm{III}(S\mathrm{I})=0$ $\mu_{R_2}\mathrm{III}(S\mathrm{II})=1/4=0.25$ $\mu_{R_2}\mathrm{III}(S\mathrm{III})=1/4=0.25$ $\mu_{R_2}\mathrm{III}(S\mathrm{IV})=2/4=0.5$
	$R_1\mathrm{IV}$	$\mu_{R_1}\mathrm{IV}=2/12$ $=0.17$	$\mu_{R_1}\mathrm{IV}(S\mathrm{I})=0$ $\mu_{R_1}\mathrm{IV}(S\mathrm{II})=0/3=0$ $\mu_{R_1}\mathrm{IV}(S\mathrm{III})=0/3=0$ $\mu_{R_1}\mathrm{IV}(S\mathrm{IV})=3/5=1$		$R_2\mathrm{IV}$	$\mu_{R_2}\mathrm{IV}=3/12$ $=0.25$	$\mu_{R_2}\mathrm{IV}(S\mathrm{I})=0$ $\mu_{R_2}\mathrm{IV}(S\mathrm{II})=0$ $\mu_{R_2}\mathrm{IV}(S\mathrm{III})=1/3=0.33$ $\mu_{R_2}\mathrm{IV}(S\mathrm{IV})=2/3=0.67$
因子	区间	$\underset{\smile}{A}$中的备选元素	$\underset{\smile}{R}$中的备选元素	因子	区间	$\underset{\smile}{A}$中的备选元素	$\underset{\smile}{R}$中的备选元素
R_3	$R_3\mathrm{I}$	$\mu_{R_3}\mathrm{I}=3/12$ $=0.25$	$\mu_{R_3}\mathrm{I}(S\mathrm{I})=2/3=0.67$ $\mu_{R_3}\mathrm{I}(S\mathrm{II})=1/3=0.33$ $\mu_{R_3}\mathrm{I}(S\mathrm{III})=0$ $\mu_{R_3}\mathrm{I}(S\mathrm{IV})=0$	R_4	$R_4\mathrm{I}$	$\mu_{R_4}\mathrm{I}=3/12$ $=0.25$	$\mu_{R_4}\mathrm{I}(S\mathrm{I})=2/3=0.67$ $\mu_{R_4}\mathrm{I}(S\mathrm{II})=1/3=0.33$ $\mu_{R_4}\mathrm{I}(S\mathrm{III})=0$ $\mu_{R_4}\mathrm{I}(S\mathrm{IV})=0$
	$R_3\mathrm{II}$	$\mu_{R_3}\mathrm{II}=3/12$ $=0.25$	$\mu_{R_3}\mathrm{II}(S\mathrm{I})=0$ $\mu_{R_3}\mathrm{II}(S\mathrm{II})=1/2=0.67$ $\mu_{R_3}\mathrm{II}(S\mathrm{III})=0$ $\mu_{R_3}\mathrm{II}(S\mathrm{IV})=1/2=0.33$		$R_4\mathrm{II}$	$\mu_{R_4}\mathrm{II}=4/12$ $=0.33$	$\mu_{R_4}\mathrm{II}(S\mathrm{I})=1/4=0.25$ $\mu_{R_4}\mathrm{II}(S\mathrm{II})=2/4=0.5$ $\mu_{R_4}\mathrm{II}(S\mathrm{III})=0$ $\mu_{R_4}\mathrm{II}(S\mathrm{IV})=1/4=0.25$
	$R_3\mathrm{III}$	$\mu_{R_3}\mathrm{III}=2/12$ $=0.17$	$\mu_{R_3}\mathrm{III}(S\mathrm{I})=1/3=0.5$ $\mu_{R_3}\mathrm{III}(S\mathrm{II})=1/3=0$ $\mu_{R_3}\mathrm{III}(S\mathrm{III})=0$ $\mu_{R_3}\mathrm{I}(S\mathrm{IV})=1/3=0.5$		$R_4\mathrm{III}$	$\mu_{R_4}\mathrm{III}=2/12$ $=0.17$	$\mu_{R_4}\mathrm{III}(S\mathrm{I})=0$ $\mu_{R_4}\mathrm{III}(S\mathrm{II})=0$ $\mu_{R_4}\mathrm{III}(S\mathrm{III})=2/2=1$ $\mu_{R_4}\mathrm{III}(S\mathrm{IV})=0$
	$R_3\mathrm{IV}$	$\mu_{R_3}\mathrm{IV}=4/12$ $=0.33$	$\mu_{R_3}\mathrm{IV}(S\mathrm{I})=0$ $\mu_{R_3}\mathrm{IV}(S\mathrm{II})=0$ $\mu_{R_3}\mathrm{IV}(S\mathrm{III})=1/2=0.5$ $\mu_{R_3}\mathrm{IV}(S\mathrm{IV})=1/2=0.5$		$R_4\mathrm{IV}$	$\mu_{R_4}\mathrm{IV}=3/12$ $=0.25$	$\mu_{R_4}\mathrm{IV}(S\mathrm{I})=0$ $\mu_{R_4}\mathrm{IV}(S\mathrm{II})=0$ $\mu_{R_4}\mathrm{IV}(S\mathrm{III})=0$ $\mu_{R_4}\mathrm{IV}(S\mathrm{IV})=3/3=1$

续表2

因子	区间	$\underset{\sim}{A}$中的备选元素	$\underset{\sim}{R}$中的备选元素
R_5	R_5Ⅰ	μ_{R_5}Ⅰ$=3/12=0.25$	μ_{R_5}Ⅰ(SⅠ)$=3/3=1$ μ_{R_5}Ⅰ(SⅡ)$=0$ μ_{R_5}Ⅰ(SⅢ)$=0$ μ_{R_5}Ⅰ(SⅣ)$=0$
	R_5Ⅱ	μ_{R_5}Ⅱ$=3/12=0.25$	μ_{R_5}Ⅱ(SⅠ)$=0$ μ_{R_5}Ⅱ(SⅡ)$=1/3=0.33$ μ_{R_5}Ⅱ(SⅢ)$=1/3=0.33$ μ_{R_5}Ⅱ(SⅣ)$=1/3=0.33$
	R_5Ⅲ	μ_{R_5}Ⅲ$=3/12=0.25$	μ_{R_5}Ⅲ(SⅠ)$=0$ μ_{R_5}Ⅲ(SⅡ)$=1/3=0.33$ μ_{R_5}Ⅲ(SⅢ)$=1/3=0.33$ μ_{R_5}Ⅲ(SⅣ)$=1/3=0.33$
	R_5Ⅳ	μ_{R_5}Ⅳ$=3/12=0.25$	μ_{R_5}Ⅳ(SⅠ)$=0$ μ_{R_5}Ⅳ(SⅡ)$=1/3=0.33$ μ_{R_5}Ⅳ(SⅢ)$=0$ μ_{R_5}Ⅳ(SⅣ)$=2/3=0.67$

$$\underset{\sim}{A}=(a_1,a_2,a_3,a_4,a_5)=(0.33,0.33,0.17,0.33,0.25)$$

归一化为

$$\Longrightarrow(0.23,0.23,0.12,0.23,0.18)$$

同样在（表2）中又找到$\underset{\sim}{R}$在R_1Ⅳ、R_2Ⅲ、R_3Ⅲ、R_4Ⅰ、R_5Ⅳ区间的备选元素分别为：

(0.00，0.25，0.50，0.25)
(0.00，0.25，0.25，0.50)
(0.50，0.00，0.00，0.50)
(0.25，0.50，0.00，0.25)
(0.00，0.33，0.00，0.67)

于是可得模糊关系方程为：

$$\underset{\sim}{B}=\underset{\sim}{A}O\underset{\sim}{R}=(b_1,b_2,b_3,b_4)=(0.23,0.23,0.12,0.23,0.18)\cdot\begin{pmatrix}0.00&0.25&0.50&0.25\\0.00&0.25&0.25&0.50\\0.50&0.00&0.00&0.50\\0.25&0.50&0.00&0.25\\0.00&0.33&0.00&0.67\end{pmatrix}$$

首先应用（1）、（2）、（3）、（4）式分别计算得：

$$M_{\text{Ⅰ}}(\wedge,V)=(0.23,0.23,0.23,0.23)\xrightarrow{(\triangle\text{决策})}\text{失效}$$

$$M_{\text{Ⅱ}}(\cdot,V)=(0.06,0.12,0.12,0.12)\xrightarrow{\triangle(\text{决策})}\text{失效}$$

$$M_{\text{Ⅲ}}(\wedge,\oplus)=(0.35,0.87,0.46,0.99)\xrightarrow{\triangle(\text{决策})}b_{\text{Ⅳ}4}\ (\text{Ⅳ级})$$

$$M_{\text{Ⅳ}}(\cdot,\oplus)=(0.12,0.29,0.17,0.41)\xrightarrow{\triangle(\text{决策})}b_{\text{Ⅳ}4}\ (\text{Ⅳ级})$$

然后再用公式（6）计算得：

$$b_1^*=1/4(0.23+0.06+0.35+0.12)=0.19$$
$$b_2^*=1/4(0.23+0.12+0.87+0.29)=0.38$$
$$b_3^*=1/4(0.23+0.12+0.46+0.17)=0.25$$
$$b_4^*=1/4(0.23+0.12+0.99+0.41)=0.44$$

归一化后得：

$$M_{\text{Ⅴ}}(\cdot,\oplus)=(0.15,0.30,0.20,0.35)\xrightarrow{\triangle}b_4^*(\text{Ⅵ级})\text{与实际相符}$$

类似上述计算方法，对1963—1975年的12年进行计算，其模拟率高达100％并对1976、1980年预报，结果符合实况，见表1第9、10两列。

"综合决策模型"简捷有效，但亦有其不足之处。如在产量级的临界线附近的那些值的决策会遇到困难。为此，有必要建立一个定量的预报模型加以补充。本文根据1964—1975年中的有关十年资料，采用逐步回归分析，建立了一个产量预报模型$\hat{S}$：

$$\hat{S}=-6.8223-0.4871R_1+0.3033R_2+0.0791R_3+2.8231R_4+0.6361R_5 \quad (7)$$

其复相关系$R=0.969>R_{0.05}=0.94$。（7）式对历史资料模拟及预报结果见表1的第11—14列这不仅在量级预报能与综合决策判断结果加以核对，且能预报出某一产量级约为多少斤。

但由（7）式对1976年预报为138.3斤/亩，产量级为Ⅱ级，和"综合决策模型"预报为Ⅳ级发生了矛盾尤其严重的是有两级之差，看来还得寻找更多的数学模型参与预报。这里根据1961—1975年的牧草产量与时间序列的关系（如图4中的实践所示），启发了我们采用周期方差分析的方法进行预报。计算过程与结果见表3。

表3 1961—1975年青海省铁卜加草原改良站牧草产量周期、方差计算表

table 3 periodic variance calculation table used for predicting herbage yield from 1961—1975 in Tiebujia Pasture Improvement station Qinghai

	年 份	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976
1	实际值	145.1	183.5	94.8	177.2	106.3	97.8	218.3	130.1	93.0	110.5	86.1	193.4	92.9	135.0	196.8	93.0
2	距平值	7.7	46.1	-42.6	39.8	-31.1	-39.6	230.9	-7.3	-44.4	-26.9	-51.3	56.0	-44.5	-2.4	59.4	
3	第一周期（5年周期）	-27.7	61.0	-31.5	-2.3	0.5	-27.7	61.0	-31.5	-2.3	0.5	-27.7	61	-31.5	-2.3	0.5	-27.7
4	2—3新序列	35.4	-14.9	-11.1	42.1	-31.6	-11.9	19.9	24.2	-42.1	-27.4	-23.6	-5.0	-13.0	-0.1	58.9	
5	第二周期（7年周期）	39.5	-28.5	-19.3	9.3	-18.3	-12.5	9.9	39.5	-28.5	-19.3	9.3	-18.3	-12.5	9.9	39.5	-28.5
6	4—5新序列	-4.1	13.6	8.2	32.8	-13.3	0.6	10.0	-15.3	-13.6	-8.1	-32.9	13.3	-0.5	-10.0	19.4	
7	第三周期（3年周期）	6.0	-11.6	5.6	6.0	-11.6	5.6	6.0	-11.6	5.6	6.0	-11.6	5.6	6.0	-11.6	5.6	6.0
8	6—7新序列	-10.1	25.2	2.6	26.8	-1.7	-5.0	4.0	-3.7	-19.2	-14.1	-21.3	7.7	-6.5	1.6	13.8	
9	第四周期（2年周期）	-4.8	5.5	-4.8	5.5	-4.8	5.5	-4.8	5.5	-4.8	5.5	-4.8	5.5	-4.8	5.5	-4.8	5.5
10	8—9新序列	-5.3	19.7	7.4	21.3	3.1	-10.5	8.8	-9.2	-14.4	-19.6	-16.5	2.2	-1.7	-3.9	18.6	
11	第五周期（5年周期）	-10.8	10.2	-1.2	1.0	0.7	-10.8	10.2	-1.2	1.0	0.7	-10.8	10.2	-1.2	1.0	0.7	-10.8
12	10—11新序列	5.5	9.5	8.6	20.3	2.4	0.3	-1.4	-8.0	-15.4	-20.3	-5.7	-8.0	-0.5	-4.9	17.9	
13	第六周期（8年周期）	-5.0	-5.4	1.5	6.0	1.0	-2.3	8.3	-8.0	-5.0	-5.4	1.5	6.2	1.0	-2.3	8.3	-8.0
14	③+⑤+⑦+⑨+⑬ ⑪+$\bar{x}$迭加Y	134.6	173.6	87.7	162.9	104.9	95.2	228.0	130.1	103.4	125.4	93.3	207.6	94.4	137.5	187.2	73.9
15	①—⑭ y—Y	-10.6	9.9	7.1	20.7	1.4	2.6	-9.7	0.0	-10.4	-14.9	-7.2	-14.2	-1.5	-2.6	9.6	19.7
16	按级别检查 实际	Ⅱ	Ⅰ	Ⅳ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅳ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅰ	Ⅳ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅳ
17	计算	Ⅱ	Ⅱ	Ⅳ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅳ	Ⅰ	Ⅳ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅳ
18	正误	∨	×	∨	∨	∨	∨	∨	∨	×	∨	∨	∨	∨	∨	∨	∨
19	数值模拟率	92.8	94.6	92.5	92.0	98.7	97.3	95.6	100.0	88.8	86.5	91.6	92.7	98.4	98.1	95.1	78.8

由表3可知，1976年的产量预报为73.9斤/亩是Ⅳ级，和"综合决策模型"预报结果相同，考虑到（7）式计算的138.3斤/亩（Ⅱ级），于是可以推断出1976年的产量不仅是Ⅳ级，

且接近于Ⅳ级的上限——95斤/亩，这与实产是93.8斤/亩基本相吻合。

同理，采用周期方差分析对1980年的产量预报为184.5斤/亩，与实产200斤/亩接近，其产量级为Ⅰ级，也和实况基本相符（见表第20行）。

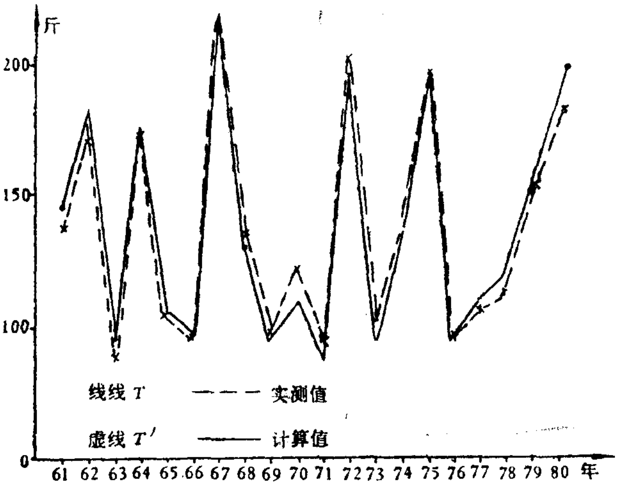

图 4　产量随年份变化曲线T与拟合曲线T'示意图

fig.4 curve T indicating annual yield and its fitting curve T'

四、结果与讨论

1．表 1 第10列是根据12个数据而确定的模糊关系，通过“综合决策模型”对历史资料进行模拟，其模拟率高达100％，对1976、1980年预报，完全符合实际，预报结果令人满意。

2．表 2 第11列中的结果，是根据10个数据采用逐步回归分析而得，其模拟率虽高达90％，但对1976、1980两年预报，却错了一个，这可能是由于该年在铁卜加未有气象资料所致（气象资料取决于该站邻近 4 县的平均值）。

3．从表 1 第16列得知，19个历史资料模拟错了两个，其量级模拟率不仅高达89.5％，且每年数值模拟率也在86.5％以上（见表 1 第18列）。同时对1976、1980两年的预报全对，（见表 1 第20、21行）由此可见，牧草产量采取周期方差分析进行预报也是合理的，因为气象因子（主要是降水）具有准周期性质。而产量取决于降水量，这和本文筛选出的因子 R_i（见表 1 备注）来看，是和牧区人民流传的“人靠牧畜活，畜靠水草生”相一致。

4．若“综合决策模型”与“逐步回归分析”计算的结果不一致（如表 1 的第10和12两列）。应考虑“周期方差分析”所得的结果。如1971年“综合决策模型”计算为Ⅳ级，而“逐步回归分析”却计算为Ⅱ级。在这无法决策的情况下。再采用“周期方差分析”，其计算结果为94.3斤，综合 3 种方法，即可断定1971年的产量，从量级上是Ⅳ级，从数值上应为接近Ⅳ级的上限，即94.3斤较为合理。这和实产86.1斤极为接近。不难看出，3 种方法同时进行预报，综合决策，其效果要比 2 种方法更为理想。这就是本文采用 3 种方法预报的优越性和必要性。

最后，值得提出的是文中采用“综合决策模型”预报牧草产量，尚属初步尝试。这里仅仅提供了一个方法。“模型Ⅴ”的提出，虽符合实际，但尚缺乏理论上的证明，特别权重各取1/4，还是来之经验，有待从理论上进一步探讨。

参 考 文 献

任继周等 1982 草原生产流程及草原季节畜牧业。中国农业科学 1932(2).
朱伯承 1961 统计天气预报。第3—7页。上海科学技术出版社.
陈永义、刘云丰、汪培庄 1983 综合评判的数学模型。模糊数学 1933(1).
周电辉 1985 模糊数学在定西地区胡麻产量预报中的应用。植物生态学与地植物丛刊 9(2)。
曹鸿兴 1981 局地天气预报的数据分析方法。第282—283页。气象出版社.

APPLICATION OF FUZZY MATHEMATICS TO THE PREDICTION OF HERBAGE YIELD

Zhou Dianhui

(Institute of Biology, Gansu Academy of Sciences)

Luo Suiji Qi Yongjian Li Tao

(Tiebujia Pasture Improvement Station, Qinghai Province)

An empirical "Model V", simply called "synthetic decision model" was developed on the basis of the "synthetic judgement model with generalized fuzzy operation" in the practice of predicting herbage yield. This model is written as:

$$M_V(\cdot,\oplus)=1/4\left[\bigvee_{i=1}^{m}(a_i\wedge r_{ij})+\bigvee_{i=1}^{m}(a_i\cdot r_{ij})+\sum_{i=1}^{m}(a_i\wedge r_{ij})+\sum_{i=1}^{m}(a_i\cdot r_{ij})\right]$$

The model not only had obvious advantage of being calculated simply and being popularized easily but broadened the scope of application of the "synthetic judgement model with generalized fuzzy operation". In order to make up some deficiency, statistics was used for developing the following prediction model:

$$\hat{S}=-6.8223-0.4871R_1+0.03033R_2+0.0791R_3+2.8231R_4+0.6361R_5$$

At the same time, periodic variance analysis was also used for the purpose. The comprehensive application of the above three methods to the prediction gaves the better accuracy results. In this paper, some illustractive examples of calculation are given, and the necessity and superiority of the application of several models to the prediction is also discussed.