

# 高寒草甸灭鼠后鼠兔和鼢鼠 数量恢复的数学模型\*

梁杰荣 周立 魏善武 王祖望

(中国科学院西北高原生物研究所)

孙儒泳

(北京师范大学生物系)

## 摘 要

灭鼠后残鼠种群的恢复研究具有重要意义。为使防治工作更有效, 1976—1980年, 我们在青海省门源县海北高寒草甸生态系统定位研究站调查了高原鼠兔和中华鼢鼠的种群恢复过程, 发现灭鼠后残鼠数量按逻辑斯蒂曲线增长。

残鼠数量恢复时间 $t$ 与种群返回时间 $t_r$ 呈正比。灭鼠后数量恢复时间可按下式估计:

$$t = t_r \cdot \ln \left( \frac{\frac{1}{\tilde{N}_0} \cdot \frac{1}{m\%} - 1}{\frac{1}{\tilde{N}_0} - 1} \right)$$

每年杀灭种群一定比例, 残鼠数量恢复的数学模型如下:

$$\begin{cases} \frac{dNn}{dt} = r \cdot Nn \left( 1 - \frac{Nn}{K} \right) \\ Nn(n-1) = N_{n-1}(n-1) \cdot m\% \end{cases}$$

(当 $n=1, 2, 3, \dots$ 年,  $n-1 \leq t \leq n$ )

每年杀灭一定数量, 残鼠数量恢复的模型如下:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= r \cdot N \left( 1 - \frac{N}{K} \right) - u \\ N(0) &= N_0 \end{aligned}$$

高原鼠兔和中华鼢鼠的残鼠种群恢复速度不同。根据上述数学模型估计, 高原鼠兔数量恢复较快, 而中华鼢鼠较慢, 因此, 其最适灭鼠率也不相同。若每年杀灭一次, 对于高原鼠兔, 杀灭率必须在80%以上, 对于中华鼢鼠, 必须在70%以上。

高原鼠兔 (*Ochotona curzoniae* Hodgson) 和中华鼢鼠 (*Myospalax fontanieri* Milne-Edwards) 是青海省海北高寒草甸生态系统的成员之一, 数量多, 分布广, 危害严重。1976年在上述地区某地段曾使用氟乙酰胺喷雾草场灭鼠, 当年鼠兔灭效高达90%以上, 但两年

\* 中国科学院西北高原生物研究所辛光武同志帮助绘图, 特此致谢。

后, 鼠兔恢复并超过原有水平。如何将害鼠数量控制在经济危害水平以下, 这是鼠害防治面临的一个难题。

害鼠具有强大的繁殖力, 种群数量有时以指数增长, 害鼠防治从某种意义上讲, 就是与其繁殖力作斗争。某些生态学者早在40年代已提出应用种群生态学原理, 指导鼠害防治和制订灭鼠对策(Davis, 1972)。我国在鼠害防治方面做过很多研究(夏武平, 1976), 但是, 对起指导作用的基础理论研究较少, 致使鼠害防治工作带有较大的盲目性。只求短暂的灭杀效果, 忽视灭鼠后长期措施; 只重视技术, 忽视经济效益、生态效率和战略对策。

研究灭鼠后残鼠数量恢复的动态过程, 并以此作为制订控制害鼠数量对策的理论依据, 是一条可能解决鼠害防治问题的途径。

日本野鼠防治对策委员会(1974)曾提出灭鼠效果和残鼠恢复的指数增长模型。Caugley (1978)曾经企图以Logistic 增长模型推导鼠灭后残鼠恢复的规律, 但未见模型运用于实际的报道。本文根据1976—1982年对鼠兔和鼢鼠灭杀后, 残鼠数量恢复过程, 得到某些参数(梁杰荣, 1982), 从而提出鼠兔和鼢鼠恢复的数字模型, 探讨灭鼠对策。

## 一、残鼠数量恢复模型结构的分析

### 1. 灭杀一次后残鼠数量的恢复时间

在高寒草甸调查结果表明, 鼠兔和鼢鼠种群数量恢复是按逻辑斯蒂增长的, 可用如下微分方程初值问题描述:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = r \cdot N \left(1 - \frac{N}{K}\right) \\ N(0) = N_0 \end{cases} \quad (1)$$

式中,

$r$ : 内禀增长率, 表示种群潜在增长能力。

$K$ : 环境容纳量, 表示环境对种群增长的数量限制。

$N_0$ : 初始值, 描述开始时( $t = 0$ )的种群数量。

$N$ : 种群数量, 是时间  $t$  的函数。

$t$ : 时间, 以年为单位计算。

为了用相对数的微分方程代替绝对数的微分方程(1), 引入新的变量:

$$\begin{cases} \tilde{N} = N/K \\ \tilde{t} = rt \end{cases} \quad (2)$$

此时,  $\tilde{N}$  表示鼠数量  $N$  占环境容纳量  $K$  的百分比。当  $N = K$  时,  $\tilde{N} = 1$ 。熟知,  $t_r = \frac{1}{r}$  称

为自然返回时间(May, 1976), 用以描述当种群受到干扰后恢复到原来水平的的时间,  $t_r$  越小, 种群恢复越快,  $t_r$  越大, 种群恢复越慢。于是

$$\tilde{t} = rt = t / \frac{1}{r} = \frac{t}{t_r} \quad (3)$$

$\widetilde{t}$  表示时间  $t$  与自然返回时间  $t_r$  之比, 可称为相对时间, 即以自然返回时间的倍数来表示相对时间  $\widetilde{t}$ 。

在变数替换 (2) 之下初值问题 (1) 化为等价的初值问题:

$$\begin{aligned}\frac{d\widetilde{N}}{d\widetilde{t}} &= \widetilde{N} \cdot (1 - \widetilde{N}) \\ \widetilde{N}(0) &= N/K = \widetilde{N}_0\end{aligned}\quad (4)$$

(4) 式虽然是非线性的常微分方程, 但可以求出其解析解:

$$\widetilde{N}(\widetilde{t}) = \frac{1}{1 + e^{a - \widetilde{t}}} \quad (5)$$

其中  $a$  是由初值决定的:

$$\begin{aligned}a &= \ln\left(\frac{1}{\widetilde{N}(0)} - 1\right) \\ &= \ln\left(\frac{1}{\widetilde{N}_0} - 1\right)\end{aligned}\quad (6)$$

若灭杀前种群的数量为  $N_0$ , 则灭杀后残鼠占种群数量的百分比为  $m\%$ , 称为残留百分比, 那么残鼠数量应为  $N_0 \cdot m\%$  (灭杀的百分比  $p\% = 1 - m\%$ )。现在, 考虑在残留数量的基础上, 种群经过多少时间才恢复到灭杀前的水平  $N_0$ 。于是应在方程 (1) 中取初值  $N_0 = N_0 \cdot m\%$ , 由代替公式 (2), 有相对数值方程 (4) 便成了新的初值问题:

$$\begin{aligned}\widetilde{N}(0) &= (N_0 \cdot m\%)/K \\ &= \widetilde{N}_0 \cdot m\%\end{aligned}\quad (7)$$

$$\begin{cases} \frac{d\widetilde{N}}{d\widetilde{t}} = \widetilde{N} (1 - \widetilde{N}) \\ \widetilde{N}(0) = \widetilde{N}_0 \cdot m\% \end{cases}\quad (8)$$

方程 (8) 描述了种群在残留数量的基础上, 按 Logistic 增长的数量动态变化。(8) 式方程的解析解为:

$$\widetilde{N}(\widetilde{t}) = \frac{1}{1 + e^{a_0 - \widetilde{t}}} \quad (9)$$

其中  $a_0$  是由初值决定的:

$$\begin{aligned}a_0 &= \ln\left(\frac{1}{\widetilde{N}(0)} - 1\right) \\ &= \ln\left(\frac{1}{\widetilde{N}_0 \cdot m\%} - 1\right)\end{aligned}\quad (10)$$

上述所探讨的问题就是经过多少时间  $N(t) = N_0$  或者  $\widetilde{N}(\widetilde{t}) = \widetilde{N}_0$ 。

在 (9) 式中令  $\widetilde{N}(\widetilde{t}) = \widetilde{N}_0$ , 得到

$$\widetilde{N}(t) = \frac{1}{1 + e^{a_0 - \widetilde{t}}} = \widetilde{N}_0$$

解出,

$$\widetilde{t} = a_0 - \ln\left(\frac{1}{\widetilde{N}_0} - 1\right)$$

再将  $a_0$  的表达式(10)代入, 得

$$\begin{aligned} \widetilde{t} &= \ln\left(\frac{1}{\widetilde{N}_0} \cdot \frac{1}{m\%} - 1\right) - \ln\left(\frac{1}{\widetilde{N}_0} - 1\right) \\ &= \ln\left[\left(\frac{1}{\widetilde{N}_0} \cdot \frac{1}{m\%} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{\frac{1}{\widetilde{N}_0} - 1}\right)\right] \\ &= C \end{aligned} \quad (11)$$

上式右端只与灭杀前种群数量  $\widetilde{N}_0$  和残鼠占种群的百分比  $m\%$  有关。当这两个值确定之后, 右端是一个常数。由(2)式得

$$\begin{aligned} rt &= \ln\left(\frac{\frac{1}{\widetilde{N}_0} \cdot \frac{1}{m\%} - 1}{\frac{1}{\widetilde{N}_0} - 1}\right) \\ t &= t_r \cdot \ln\left(\frac{\frac{1}{\widetilde{N}_0} \cdot \frac{1}{m\%} - 1}{\frac{1}{\widetilde{N}_0} - 1}\right) \end{aligned} \quad (12)$$

由此可见, 残鼠种群恢复时间( $t$ )与自然返回时间( $t_r$ )成正比。 $t_r$ 越大, 种群恢复时间越长, 相反, 种群恢复时间越短。

根据公式(12)可以计算出灭鼠后鼠兔和鼢鼠种群数量恢复到灭杀前水平所需要的时间。

## 2. 每年灭杀一次, 残鼠数量动态模型

每年灭杀一次, 灭杀时间与一年相比是很短的, 因此可以近似地认为在  $t=1, 2, \dots$  的整年进行灭杀。令  $p\%$  表示灭杀百分比,  $m\%$  表示每年灭杀后残鼠占灭杀前种群的百分比, 即每年残留百分比。显然,  $m\% = 1 - p\%$ , 然后我们研究种群的年间数量动态变化, 估计灭鼠效果。

这个问题的数学描述可以通过改变每一个整数年的初始值来实现, 即顺序地解一组常微分方程初值问题:

当  $0 < t \leq 1$  时,

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = rN\left(1 - \frac{N_1}{K}\right) \\ N_1(0) = N_0 \end{cases} \quad (13)$$

当  $1 \leq t \leq 2$  时,

$$\begin{cases} \frac{dN_2}{dt} = rN\left(1 - \frac{N_2}{K}\right) \\ N_2(1) = N_1(1) \cdot m\% \end{cases} \quad (14)$$

当  $2 \leq t \leq 3$  时,

$$\begin{aligned} \frac{dN_3}{dt} &= rN_3 \left(1 - \frac{N_3}{K}\right) \\ N_3(2) &= N_2(2) \cdot m\% \end{aligned} \quad (15)$$

当  $n-1 \leq t \leq n$  时,

$$\begin{aligned} \frac{dN_n}{dt} &= rN_n \left(\frac{N_n}{K}\right) \\ N_n(n-1) &= N_{n-1}(n-1) \cdot m\% \end{aligned} \quad (16)$$

$N_1$ : 表示种群在  $0 \leq t \leq 1$  年时的数量。

$N_2$ : 表示种群在  $1 \leq t \leq 2$  年时的数量。

$N_3$ : 表示种群在  $2 \leq t \leq 3$  年时的数量。

$N_n$ : 表示种群在  $n-1 \leq t \leq n$  年时的数量。

$m\%$ : 表示每年灭杀后残鼠占灭鼠前种群数量的百分比, 即每年残留百分比。

对鼠兔和鼫鼠分别以  $r, K, N_0$  等参数代入上述方程(13)~(16)式, 并令  $m\%$  依次取 10%、20%、30%……90% 等值, 进行一系列的数值求解结果为每年灭杀一次, 不同灭效的残鼠种群数量动态。

### 3. 每年连续灭杀一定动物数量, 残鼠数量动态模型

每年灭杀一定种群数量( $u$ ), 残鼠数量恢复的动态, 需求解微分方程初值问题(Caughley, 1978; 孙儒泳, 1980):

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = r \cdot N \left(1 - \frac{N}{K}\right) - u \\ N(0) = N_0 \end{cases} \quad (17)$$

通过(17)式计算结果, 可得出每年连续灭杀一定数量后, 残鼠的种群数量动态。

上述各数值解, 采用BASIC程序, 在TRS-80型电子计算机进行计算。

## 二、结果与讨论

### 1. 数学模型的有关参数

鼠兔和鼫鼠数量恢复的参数, 是根据1976—1980年对灭鼠前、后其数量的调查结果(表1)。

表 1 残鼠数量恢复模型有关参数

| 种 名  | $N_0$ (只/公顷) | $K$ 值  | $r$ 值 | $t_r = 1/r$ (年) |
|------|--------------|--------|-------|-----------------|
| 高原鼠兔 | 58.720       | 170.00 | 1.529 | 0.654           |
| 中华鼫鼠 | 26.125       | 27.00  | 0.750 | 1.333           |

### 2. 高原鼠兔残鼠恢复模型

1) 一次灭杀后残鼠的恢复时间 根据上述参数代入公式(12), 经计算结果, 灭杀后, 不同灭杀率与鼠兔种群数量恢复到原水平所需要的时间, 列于表 2。

表 2 灭杀一次后残鼠恢复的时间

| 灭杀率 (%)           | 10    | 20    | 30    | 40    | 50    | 60    | 70    | 80    | 90    |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 残鼠比例 (%)          | 90    | 80    | 70    | 60    | 50    | 40    | 30    | 20    | 10    |
| 恢复时间 ( $t_r$ 的倍数) | 0.157 | 0.323 | 0.503 | 0.702 | 0.927 | 1.191 | 1.518 | 1.916 | 2.691 |
| 绝对恢复时间 (年)        | 0.102 | 0.211 | 0.329 | 0.459 | 0.606 | 0.779 | 0.993 | 1.283 | 1.760 |

由表 2 看出, 就高原鼠兔来说, 每年灭杀一次, 以后不再防治, 那么灭杀率在 70% 以下, 约在一年内恢复; 当灭杀率高达 90% 时, 其数量约在两年内也恢复至原水平。很明显, 对于繁殖力较强的害鼠, 只灭杀一次, 显然效果较好, 但由于灭鼠后隐蔽条件和食物条件改善, 为害鼠的繁殖创造了良好的生态条件。因此, 企图通过一次高效的灭杀来控制害鼠数量是很困难的。

2) 每年灭杀一次, 残鼠数量恢复的分析 将上述参数代入(13)—(16)式, 进行数值求解结果, 绘成“锯齿波型”曲线, 如图 1。

由图 1 可见, 每年灭杀一次, 鼠兔种群数量恢复的动态变化, 按不同灭杀率有差异。当灭杀率为 50% 时, 其数量在较高的水平(约 120 只/公顷)上, 呈“锯齿波型”变化。当灭杀率为

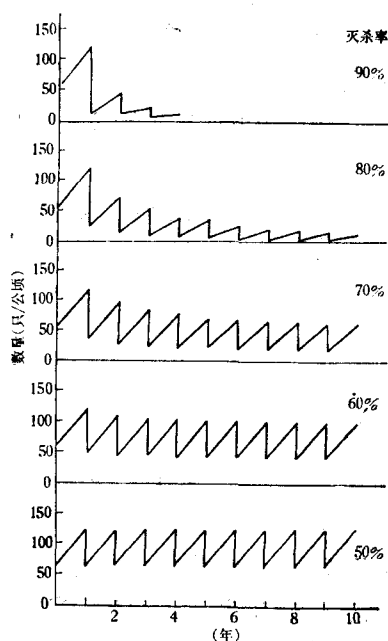


图 1 高原鼠兔数量恢复动态 (每年灭杀一次)

60% 时, 其峰值数量稍有下降, 但也在较高水平上波动; 灭杀率为 70% 时, 2—6 年内其数量还在较高水平上波动; 当连续灭杀 7—8 年时, 其数量才降至较低水平。灭杀率高达 90%

时,连续灭杀2—3年其数量会降至较低水平(10只/公顷左右)。据刘季科等(1980)报道,高原鼠兔的危害临界点为9只/公顷时,即将其数量控制在经济危害水平以下。由上述模型分析结果,鼠兔灭杀率若在70%以下,每年灭杀一次,连续灭杀多年也不能达到控制其危害的目的。若灭杀率在80%以上,连续灭杀3—5年可以控制其危害。这就为鼠兔防治提供了理论依据。

3) 每年连续灭杀一定数量,残鼠数量恢复的分析 当每年连续灭杀一定数量时,按公式(17)在微型电子计算机上,用 Ronge-Kutta 方法求解,绘成图2。

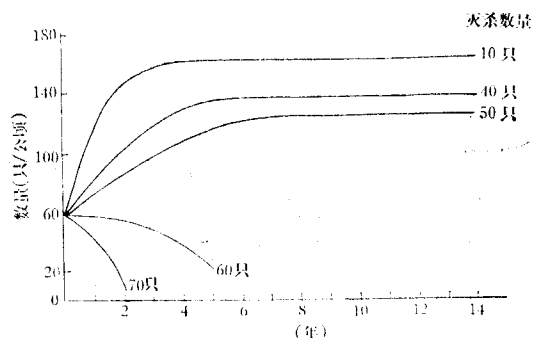


图2 每年灭杀一定数量,鼠兔数量恢复的动态

若每年在每公顷内灭杀10只鼠兔时,从第4年开始相对稳定在每公顷162只的水平上;若每年灭杀40只时,从第6年开始相对稳定在137只的水平;若每年连续灭杀60只时,其数量急速下降,第5年可以控制在每公顷5只的低水平上。

综上所述,对高原鼠兔的防治,灭杀率必须在80%以上,否则,每年灭杀也不能将其数量控制在经济危害水平以下,同时,要坚持多年灭杀才能有较好的经济效益。

### 3. 中华鼢鼠残鼠数量恢复模型

1) 灭杀一次后残鼠恢复时间 将已知参数代入(12)式,灭杀依次取10%、20%、30%、40%……90%,计算结果列于表3。

表3 灭杀一次鼢鼠数量恢复时间

| 灭杀率(%)          | 10    | 20    | 30    | 40    | 50    | 60    | 70    | 80    | 90    |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 残鼠比例(%)         | 90    | 80    | 70    | 60    | 50    | 40    | 30    | 20    | 10    |
| 恢复时间( $t_r$ 倍数) | 1.498 | 2.176 | 2.667 | 3.083 | 3.474 | 3.869 | 4.303 | 4.836 | 5.643 |
| 绝对恢复时间<br>(年)   | 2.000 | 2.901 | 3.555 | 4.110 | 4.630 | 5.157 | 5.736 | 6.447 | 7.522 |

由表3看出,当灭杀率为40%时,约4年恢复;灭杀率为70%时,约5年半恢复;灭杀率为80%时,约6年半恢复;灭杀率高达90%时,约7年半也恢复至原水平。由此可见,鼢鼠种群数量恢复比较缓慢,这与其繁殖力较低有关。

2) 每年灭杀一次,残鼠数量恢复的分析 将已知参数代入(13)–(16)式,进行数值求解结果,绘成“锯齿波型”曲线,见图3。

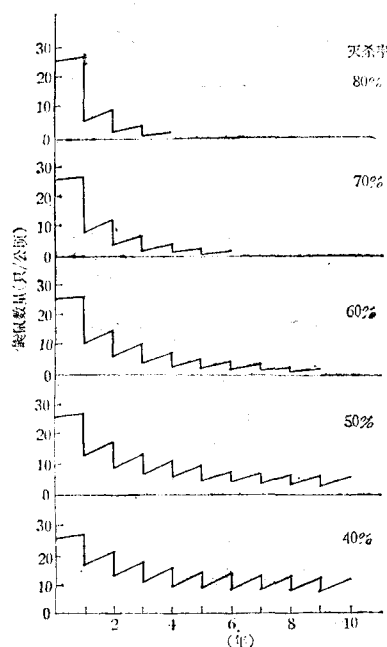


图3 中华鼢鼠数量恢复动态（每年灭杀一次）

每年灭杀一次，鼢鼠数量恢复依不同灭杀率有差异。当灭杀率为40%时，连续灭杀6年其数量降为每公顷14只，第10年降为每公顷11.4只，但其数量仍保持较高水平。当灭杀率为70%时，第2年其数量降为每公顷12.4只，第4年降为每公顷4只。鼢鼠的危害临界点约为每公顷4只。很明显，鼢鼠的灭杀率若在70%以上，每年灭杀一次，3—4年就会将其数量控制在经济危害水平以下。笔者于1968—1970年，在青海省贵南县木格滩地区，每年灭杀一次，灭杀率为70%，连续进行3年灭杀后，其数量由灭杀前的每公顷20只，降为每公顷2只（梁杰荣等，1978），这与上述模型结果大致相接近。

3) 每年连续灭杀一定数量，残鼠数量恢复的分析 对于每年连续灭杀一定数量时，按公式(17)计算结果，绘成图4。

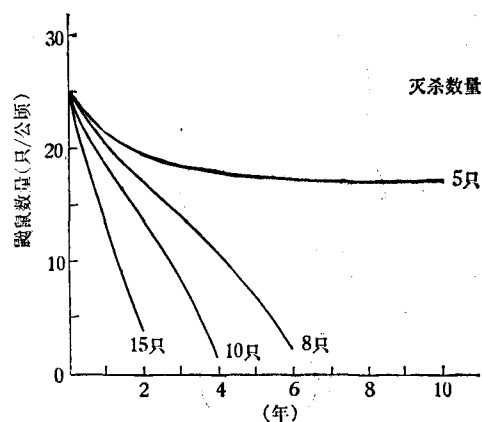


图4 每年灭杀一定数量，鼢鼠数量恢复的动态

当每年连续灭杀每公顷 5 只时, 从第 7 年起, 其数量稳定在每公顷 16.5 只的水平上; 当每年在每公顷内灭杀 8 只时, 第 6 年其数量降至较低水平。若每年灭杀 10 只/公顷时, 第 4 年其数量降至约 2 只/公顷。很明显, 对于鼯鼠的防治, 灭杀率不低于 70%。同时要 坚持多年连续灭杀才有效好的经济效益。

就上述讨论的 3 个数学模型而言, 其共同特点是, 种群数量恢复是以逻辑斯蒂曲线增长的, 其数量恢复速度的快慢, 取决于种群潜在增长能力和环境容纳量; 不同的是, 第 1 个模型是以灭杀一次为基础, 预测不同灭杀率对其种群数量恢复到灭杀前水平所需要的时间。众所周知, 不同鼠类, 由于  $r$  和  $k$  值的不同, 其种群数量恢复时间有差异。例如, 高原鼠兔种群数量恢复迅速, 而中华鼯鼠恢复缓慢。第 2 个模型是以每年灭杀一次为基础, 预测不同灭杀率残鼠数量恢复的变化动态。这模型可以估计害鼠最低限度的有效灭杀率, 给鼠害防治工作提供科学理论依据。第 3 个模型是以每年连续灭杀一定数量为基础, 预测残鼠数量变化动态。这个模型和 Caughley(1980)提出的模型相同。

日本野鼠防治对策委员会(1974)曾提出残鼠数量的指数增长模型, 认为残鼠的数量恢复与其繁殖强度成正比, 繁殖力越强, 其数量恢复越快, 其种群数量呈指数增长。实际上, 鼠类种群数量的增长是受环境限制的。上述指数增长模型就没有考虑到环境的容纳量。因此, 按此模型鼠类数量恢复呈“无界”的指数增长, 这是难以置信的。Caughley(1980)和本文提出的逻辑斯蒂模型比日本野鼠防治对策委员会提出的模型更为合理。而 Caughley 是从理论上作探讨, 未见有在某种鼠上实际使用的报道, 本文则以鼠兔和鼯鼠灭鼠后残鼠种群恢复的实际调查为基础, 并对 Caughley 模型作了补充。因此, 本文提出的第一和第二个模型不仅在理论上而且在生产实践上都具有重要的意义。

残鼠种群数量恢复的数学模型, 是制定害鼠防治战略对策的理论依据之一。当然, 害鼠防治的战略对策, 不仅涉及到种群生态、群落生态, 而且也涉及到农、牧场的利用和改良以及灭鼠措施等问题。因此, 执行灭鼠的行政部门必须与生态学家密切配合, 进行害鼠综合防治战略对策的研究。这是解决鼠害问题的新途径。

### 三、小 结

1. 高原鼠兔和中华鼯鼠的种群数量是以逻辑斯蒂曲线增长的。

2. 残鼠数量恢复时间  $t$  与自然返回时间  $t_r$  成正比。 $t_r$  越大其种群数量恢复时间越长, 反之,  $t_r$  越小, 恢复时间越短。其公式为:

$$t = t_r \cdot \ln \left( \frac{\frac{1}{N_0} \cdot \frac{1}{m\%} - 1}{\frac{1}{N_0} - 1} \right)$$

3. 每年灭杀一次, 残鼠年间的数量变化, 可用下式表示:

当  $n = 1, 2, 3, \dots$  年,  $n - 1 \leq t \leq n$  时,

$$\frac{dN_n}{dt} = r \cdot N_n \left( 1 - \frac{N_n}{k} \right)$$

$$N_n(n-1) = N_{n-1}(n-1) \cdot m\%$$

4. 每年连续灭杀一定数量时, 其数量变化可用下式表示:

$$\frac{dN}{dt} = r \cdot N \left( 1 - \frac{N}{k} \right) - u$$

$$N_{(0)} = N_0$$

5. 对于高原鼠兔, 若灭杀一次, 灭杀率为 90%, 其数量约 2 年恢复至原有水平。若每年灭杀一次, 灭杀率必须在 80% 以上, 3—4 年会控制在经济危害水平以下; 对于中华鼢鼠, 若灭杀一次, 灭杀率为 90% 时, 约 7 年半恢复至原有水平。若每年灭杀一次, 灭杀率必须在 70% 以上, 2—3 年就会控制其危害。

6. 在鼠害防治中, 灭杀率低, 例如, 鼠兔低于 70%, 鼢鼠低于 60%, 种群数量恢复迅速, 则灭鼠毫无意义。灭鼠不仅要重视灭杀效果, 也要注意经济效益和生态效率。

7. 本文提出的残鼠种群数量恢复模型, 可以为今后研究建立害鼠控制模型和制定鼠害防治战略对策提供科学依据。很明显, 生态环境是相当复杂的, 例如, 自然灾害 (严寒、暴雨、大雪、干旱) 和天敌等。因此, 企图要建立完善的害鼠控制模型, 必须掌握比较多的重要参数。

### 参 考 文 献

- 孙儒泳 1980 种群生态学理论与可变更资源的科学管理——关于最大持续收获量。动物学杂志 (1): 10—16。
- 刘季科、张云占、辛光武 1980 高原鼠兔数量与危害程度的关系。动物学报 26(4): 378—385。
- 夏武平 1976 我国灭鼠和鼠类生物学十年进展的鸟瞰。动物学报 22(3): 254—256。
- 梁杰荣、肖运峰 1978 鼢鼠和鼠兔的相互关系及对草场植被的影响。灭鼠和鼠类生物学研究报告 3: 118—124。科学出版社。
- 梁杰荣 1982 灭鼠后高原鼠兔和中华鼢鼠的数量恢复。高寒草甸生态系统 1: 178—183。甘肃人民出版社。
- 野鼠防治对策委员会编 1974 野鼠防治必携。植物防疫协会出版。
- Caughley, G. 1978 Analysis of vertebrate populations, Chap. 11. A Wiley-Interscience publications, John Wiley and Sons.
- Davis, D. E. 1972 Rodents Control strategy. In: "Pest control strategies for the future". Washington, National Academy of Sciences, 157—171.
- May, R. M. 1976 Theoretical Ecology, Chap. 2. Blackwell Scientific Publications.

## MATHEMATICAL MODELS FOR RECOVERY OF THE NUMBER OF REMNANT RODENT POPULATION

Liang Jierong Zhou Li Wei Shanwu Wang Zuwang

(Northwest Plateau Institute of Biology, Academia Sinica)

Sun Ruyung

(Department of Biology, Beijing Normal University)

This work was carried out at the Haibei Research Station of Alpine Meadow Ecosystem in Menyuan, Qinghai. The whole materials were collected during 1976—1980.

In order to effectively control the rodents, we studied the mathematical

models for recovery of the remnant rodent population.

The recovery of the number of Plateau pika (*Ochotona curzoniae*) and Common Chinese zokor (*Myospalax fontanieri*) populations after being controlled is fitted well with logistic curve.

The recovering time ( $t$ ) of the remnant rodent populations is very directly proportional to natural response time ( $t_r$  or  $1/r$ ). The recovering time of remnant rodent populations after every control measurement can be calculated from:

$$t = t_r \cdot \ln \left( \frac{\frac{1}{N_0} \cdot \frac{1}{m\%} - 1}{\frac{1}{N_0} - 1} \right)$$

The mathematical model of population dynamics of the remnant rodents after very poisoning of a certain proportion of rodents is shown as

$$\frac{dN_n}{dt} = r \cdot N_n \left( 1 - \frac{N_n}{K} \right)$$

$$N_n(n-1) = N_{n-1}(n-1) \cdot m\%$$

(When  $n=1, 2, 3, \dots$  year,  $n-1 \leq t \leq n$ )

The mathematical model of population dynamics of the remnant rodents after every poisoning of a certain number of rodents is shown as

$$\frac{dN}{dt} = r \cdot N \left( 1 - \frac{N}{K} \right) - u$$

$$N(0) = N_0$$

The recovering speeds are quite different between these two rodent species.

According to the computation of mathematical model, the number of pika recovers more rapidly (Table 2) while that of zokor recovers rather slowly (Table 3). So if only poisoning once a year, the optimum poisonous rates should not be less than 80% for pika and 70% for zokor (Fig. 1 and 3).