

用 Leslie 矩阵法预测人口 ——四川省彭县清平公社1978年人口资料分析

曾宗永 梁中宇
(四川大学生物系)

人口分析是种群生态学研究的主要对象之一。Leslie 矩阵则是 Leslie(1945) 提出的分析动物种群数量变动的一种数学模型。现在它的应用已经推广到资源管理、生态系统的分析等许多方面 (Jeffers, 1978; Pollard, (1973), Leslie 曾利用 1960 年澳大利亚女性人口资料, 从理论上讨论了他自己提出的随机模型的性质。

本文的打算是: 借 Leslie 矩阵法, 用四川省彭县清平公社1978年 (指从 1978 年 7 月 1 日到 1979 年 6 月 30 日的人口统计年) 的人口调查资料作典型, 来预测川西平原农村人口的发展趋势和稳定人口分析, 而对四川省在控制人口中采取的人工流产、引产等计划生育补救措施作初步评价。

一、方 法

不考虑人口的迁移, 并假设男、女婴儿的出生都由母亲人数决定, 我们采用下面的公式 进行人口预测 (Pollard, 1973):

$$\begin{pmatrix} 0 & F_0 & F_1 & \cdots & F_m \\ P_0 & & & & \\ & P_1 & & & \\ & & P_{m-1} & & 0 \\ & & & F'_0 & F'_1 & \cdots & F'_m \\ & & & P'_0 & & & \\ & & & & P'_1 & & \\ & & & & & P'_{m-1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_{0,t} \\ n_{1,t} \\ n_{2,t} \\ \vdots \\ n_{m,t} \\ n'_{0,t} \\ n'_{1,t} \\ n'_{2,t} \\ \vdots \\ n'_{m,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_{0,t+1} \\ n_{1,t+1} \\ n_{2,t+1} \\ \vdots \\ n_{m,t+1} \\ n'_{0,t+1} \\ n'_{1,t+1} \\ n'_{2,t+1} \\ \vdots \\ n'_{m,t+1} \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中 F_1 和 P_1 代表男性出生率和存活率, F'_1 和 P'_1 代表女性的出生率和存活率, $n_{1,t}$ 和 $n'_{1,t}$ 分别代表时间 t 的男女人口年龄组成。男、女的出生率 F_1 和 F'_1 都以母亲年龄为标准算得。我们把 (1) 式的运算过程编成了计算机程序 (见附录 I)。

我们仅分析女性人口的稳定状态, 代表女性的 Leslie 基本矩阵是

$$\begin{pmatrix} F'_0 & P'_1 & F'_2 & \cdots & F'_m \\ P'_0 & & & & \\ & P'_1 & & & \\ & & P'_2 & & \\ & & & P'_{m-1} & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

这个矩阵的主要特征根 λ_1 表示女性人口达到稳定以后, 某时间单位的人数是上一时间单位人数的 λ_1 倍。 λ_1 对应的特征向量则是稳定时女性的年龄构成。

二、资 料 整 理

资料来自四川省彭县清平公社各大队户口, 尔后进行过核实, 同时在县、公社等医院了解了人工流产、引产的情况。

以 1978 年 7 月 1 日至 1979 年 6 月 30 日作为人口统计年, 按五年的年龄间隔划分了 17 个年龄组, 得到男、女两个性别的包含各年龄组开始人数, 各年龄组内死亡人数, 育龄妇女各年龄组生育人数及人工流产、引产入次数 (表 1)。

表 1 四川彭县清平公社人口资料

年龄组	各年龄组起始人数		各年龄组内死亡人数		各年龄组妇女生育婴儿人数		人工流产入次数
	男	女	男	女	男	女	
0—	674	640	7	4			
5—	1200	1071	1	1			
10—	1301	1263	5	3			
15—	949	941	4	1	24	30	29
20—	1063	1160	4	3	49	46	119
25—	974	1015	5	5	2	4	52
30—	616	808	2	2		1	20
35—	550	628	5	3		1	5
40—	398	428	2	4			
45—	404	395	3	5			
50—	375	384	4	4			
55—	324	337	8	5			
60—	284	273	10	6			
65—	164	204	7	7			
70—	142	192	16	12			
75—	77	93	4	10			
80—	55	89	7	7			

求 P_1 值。首先

$$\text{实际死亡率} = \frac{\text{各年龄组内死亡人数}}{\text{各年龄组中点存活人数}} \quad (3)$$

再根据实际死亡率和死亡概率的关系

$$q_i = \frac{2aM_i}{2 + aM_i} \quad (4)$$

换算成死亡概率 (刘净等, 1981)。又

$$P_1 = 1 - q_1$$

由此就求得各年龄组的存活专率 P_1 。

求 F_1 值。首先分别以男、女婴儿数为被除数, 各生育年龄组的妇女人数为除数, 得到男、女婴儿的平均生育率。为了估计人工流产等计划生育补救措施在控制人口中的作用, 又把人工流产、引产入次数假设为可能出生的婴儿数, 并按 $0.52:0.48$ 的性比分别加到男、女婴儿人数中去, 得到实际的和假设没有人工流产、引产等时可能的平均生育率 m_i (表 2)。因为表 1 中的出生人数和人工流产、引产入次数都是一年的统计材料, 故表 2 中的 m_i 是乘以 5 得到的。

表 2 四川彭县清平公社妇女生育情况表

育龄妇女 年 龄 组	各组中点 妇女人数	人工流产 引产入次	实 际				假设没有人工流产、引产			
			男		女		男		女	
			出生人数	m_i	出生人数	m_i	出生人数	m_i	出生人数	m_i
15—	1051									
20—	1188	29	24	0.10101	30	0.12626	39	0.16414	44	0.18519
25—	1012	119	49	0.24209	46	0.22727	110	0.54348	104	0.51383
30—	713	52	2	0.01393	4	0.02786	29	0.20195	29	0.20195
35—	523	20			1	0.00947	10	0.09470	11	0.10417
40—	412	5			1	0.01214	3	0.03641	3	0.03641
45—	390									

由下面的关系式

$$F_i = P_i m_{i+1} \quad (6)$$

代入 P_i 和 m_{i+1} 的值, 就求得了各年龄组的出生专率 F_i 。

表 3 列出了预测四川彭县清平公社人口所建立的 Leslie 矩阵的基本元素。

表 3 四川彭县清平公社人口基本 Leslie 矩阵元素表

年龄组	男 性			女 性		
	P_i	实际 F_i	无人工流产时 F_i	P_i	实际 F_i	无人工流产时 F_i
0—	0.96696			0.97691		
5—	0.99601			0.99572		
10—	0.97802			0.98648		
15—	0.98031	0.09902	0.16095	0.99525	0.12566	0.18431
20—	0.98057	0.23739	0.53292	0.93745	0.22442	0.50739
25—	0.96904	0.01350	0.19570	0.97560	0.02718	0.19702
30—	0.98299		0.09309	0.93617	0.00934	0.10273
35—	0.94861		0.03454	0.97199	0.01180	0.03539
40—	0.97537			0.95261		
45—	0.96226			0.93789		
50—	0.94444			0.94609		
55—	0.87655			0.92126		
60—	0.79920			0.88189		
65—	0.79472			0.83759		
70—	0.46667			0.65714		
75—	0.73684			0.57983		
80—	0.23077			0.44000		

三、结果和分析

1. 利用表 3 中实际出生率以及假设没有人工流产、引产等措施时的出生率, 分别与存活率构成两个不同的形式为 (1) 式中的矩阵, 表 1 中的男女性各年龄组开始人数作年龄分布列向量, 把两个矩阵和列向量代入 (1), 利用电子计算机, 连续进行六次运算, 得到从 1978 年 7 月 1 日起 30 年间每隔五年的人口年龄分布实际的和假设没有人工流产、引产时的两个结果 (表 4)。

表 4 预测 30 年内清平公社各年龄组人数

性别	年龄组	1978.7	实 际 人 口 变 动 情 况						假 设 无 人 工 流 产 时 人 口 变 动 情 况					
			1983.7	1988.7	1993.7	1998.7	2003.7	2008.7	1983.7	1988.7	1993.7	1998.7	2003.7	2008.7
男	0—	674	384	360	410	327	200	145	1104	1062	1155	1019	842	984
	5—	1200	652	371	348	396	316	193	652	1068	1027	1117	985	814
	10—	1301	1195	649	370	347	394	315	1195	649	1064	1023	1113	981
	15—	949	1272	1169	635	362	339	385	1272	1169	635	1041	1001	1089
	20—	1063	930	1247	1146	622	355	332	930	1247	1146	622	1021	981
	25—	974	1042	912	1223	1124	610	348	1042	912	1223	1124	610	1001
	30—	616	944	1010	884	1185	1089	591	944	1010	884	1185	1089	591
	35—	550	606	928	993	869	1165	1070	606	928	993	869	1165	1070
	40—	398	522	575	880	942	824	1105	522	575	880	942	824	1105
	45—	404	388	509	561	858	919	804	388	509	561	858	919	804
	50—	375	369	373	490	540	826	884	369	373	490	540	826	884
	55—	324	354	367	352	463	510	780	354	367	352	463	510	780
	60—	234	234	310	322	309	406	447	234	310	322	309	406	447
	65—	164	227	227	248	257	247	324	227	227	248	257	247	324
	70—	142	130	180	180	197	204	196	130	180	180	197	204	196
	75—	77	66	61	84	84	92	95	66	61	84	84	92	95
	80—	55	57	49	45	62	62	64	57	49	45	62	62	64
	合计	9550	9442	9297	9171	8944	8558	8078	10162	10696	11289	11712	11916	12210
女	0—	640	426	418	459	366	239	180	1106	1081	1161	1018	865	994
	5—	1071	625	416	408	448	358	233	625	1030	1053	1134	994	845
	10—	1263	1066	624	415	407	448	356	1066	624	1078	1054	1132	993
	15—	941	1246	1052	616	409	401	442	1246	1052	616	1063	1040	1117
	20—	1160	937	1240	1047	613	407	399	937	1240	1047	613	1058	1035
	25—	1215	1145	925	1224	1034	605	402	1145	925	1224	1034	605	1045
	30—	808	1185	1117	902	1194	1009	590	1185	1117	902	1194	1009	590
	35—	628	797	1169	1102	890	1177	995	797	1169	1102	890	1177	995
	40—	423	610	775	1136	1071	865	1144	610	775	1136	1071	865	1144
	45—	395	408	581	738	1082	1020	824	408	581	738	1082	1020	824
	50—	384	370	383	545	692	1015	957	370	383	545	692	1015	957
	55—	337	363	350	362	516	655	960	363	350	362	516	655	960
	60—	273	310	334	322	333	475	603	310	334	322	333	475	603
	65—	204	241	273	295	284	294	419	241	273	295	284	294	419
	70—	192	171	202	229	247	238	246	171	202	229	247	238	246
	75—	98	126	112	133	150	162	156	126	112	133	150	162	156
	80—	89	57	73	65	77	87	94	57	73	65	77	87	94
	合计	10126	10083	10044	9993	9813	9455	9000	10763	11371	12008	12452	12691	13017
总 合 计		19676	19525	19341	19169	18757	18013	17078	20925	22067	23297	24164	24607	25227
比前五年增大百分比 (%)		—	-0.76	-0.94	-0.88	-2.15	-3.97	-5.19	6.35	5.46	5.57	3.72	1.83	2.52

由于采取人工流产、引产等计划生育补救措施,人口的减少是很明显的。如不采取这些措施,人口仍将持续增长。以时间作横座标,以统计年及以后每五年的总人口作纵座标作图,把各点连结起来,上述特点更加直观(图1)。

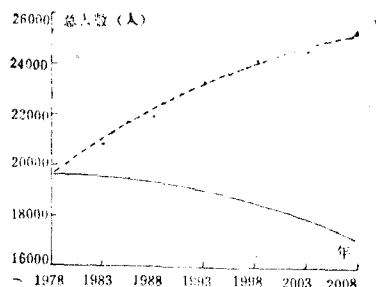


图1 四川彭县清平公社人口变动曲线
(1978年7月1日—2003年6月30日)

图中实线表示实际出生率下人口变动的曲线,虚线为假设没有人工流产、引产等措施时的人口变动曲线。

若本世纪末我国人口控制在12亿以内,以预测时人口为10亿计,即总人口增长率在二十余年内要控制在1.2倍以内。按这个比例,该公社1978年7月1日的总人口是19,676,则要求到2000年不超过23,611。从图1可以看出,如无人工流产、引产措施,就不可能达到这个目的。

2. 利用表3中女性的实际出生率及假设没有人工流产、引产等措施时的出生率,分别与女性的存活率构成两个形式为(2)式的Leslie基本矩阵,利用附录Ⅱ的程序,求出这两个基本矩阵的主特征根:

按实际出生率时, $\lambda_1 = 0.82258$;

假设无人工流产、引产时, $\lambda_2 = 0.99502$ 。即在女性人口达到稳定以后,后五年初的女性人口数分别是前五年初的0.82258倍和0.99502倍。这两个主特征根对应的特征向量见表5:

表5 稳定年龄分布

年龄组	实际的稳定年龄分布	假定无人工流产、引产时稳定年龄分布	年龄组	实际的稳定年龄分布	假定无人工流产、引产时稳定年龄分布
0—	1.00000	1.00000	45—	4.87219	0.87870
5—	1.18762	0.98180	50—	5.55518	0.82825
10—	1.43759	0.98249	55—	6.38929	0.78752
15—	1.72403	0.97406	60—	7.15577	0.72914
20—	2.08593	0.97428	65—	7.67172	0.64624
25—	2.50401	0.96687	70—	7.81171	0.54400
30—	2.96982	0.94800	75—	6.24059	0.35927
35—	3.56044	0.93957	80—	4.39894	0.20936
40—	4.20715	0.91782			

把稳定年龄分布画成锥形图(图2),可以看出,若无人工流产、引产等措施时,从0岁起前十余个年龄组的比例差别不大,而有这些措施时,高年龄组的比例又太大。这两种稳定年龄分布都不理想。

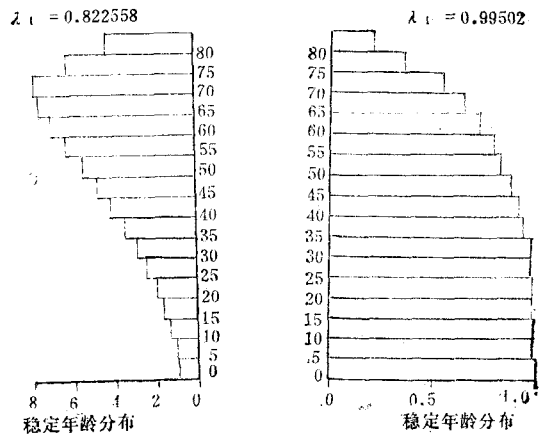


图 2 稳定年龄分布锥形图

3. Leslie 矩阵由出生率 F 和存活率 P 构成, 因此 F 和 P 的准确程度决定预测结果的可信程度。本文采用该公社 1978 年到 1979 年的人口资料, 当时正是晚婚及计划生育高潮, 以这时的出生专率来预测人口, 结果是偏低的(刘净等, 1981), 计算存活率, 一般要用人口普查前后至少两年的死亡人数。由于资料的限制, 这里的存活率也不够精确。但结果已足够说明, 人工流产、引产措施, 对于迅速有效地控制人口是必需的。

参 考 文 献

- 皮洛著, 卢泽愚译 1975 《数学生态学引论》, 科学出版社, 33—57.
 刘净等 1981 《人口统计学》, 中国人民大学出版社, 209—210, 299—302
 Jeffers, J. N. R. 1978 An introduction to systems analysis: with ecological applications. 43—66.
 Leslie, P. H. 1945 The use of matrices in certain population mathematics. *Biometrika* 33:183—212.
 Pollard, J. H. 1973 Mathematical models for the growth of human population. 93—94, 112—135.

THE PREDICTION OF THE FUTURE POPULATION BY THE LESLIE MATRIX: AN ANALYSIS OF THE POPULATION DATA OF THE QINGPING COMMUNE IN PENG COUNTY, SICHUAN PROVINCE

Zeng Zongyong Liang Zongyu

(Department of Biology, Sichuan University, China)

The Leslie matrix is used to analyse the population data of the Qingping commune in Peng county, Sichuan province and to evaluate the effect of the induced abortion on the population control.

The future thirty-year population is predicted by the twosex model. The female stable age distributions are given by the basic female Leslie matrix. The calculating results show that because the induced abortion is adopted the population of this commune will decrease successively in the recent thirty years. If these measures were not adopted, its population would increase. The two female stable age distributions are not ideal.

附录 I 利用 Leslie 矩阵预测人口的计算机程序 (Algol-60 语言)

1. 说明

本程序是方阵和列向量的乘法, 结果是列向量。每作一次乘法, 列向量都换成上次乘法的结果。读入值

L =Leslie 矩阵阶数;

M =预测的时间单位数;

A =Leslie 矩阵的值, 按行输入;

B =初始年龄分别。

2. 程序

```

εBε εRε L, M; #W1(0, 'N', L, M);
εBε εAε A(1:L, 1:L), B, D(1:L);
    εRε S, S1, S2, S3;
    εINε I, J, K; #W1(0, 'N', A, B);
εFε I:=1 εSε1 εUε M εDε
εBε εFε J:=1 εSε1 εUε L εDε
    εBε S:=0; εFε K:=1 εSε1 εUε L εDε
        S:=S+A(J, K)*B(K); D(K):=S
    εEε
    #W2(0, 'I5', D); S1: =0;
    εFε K:=1 εSε1 εUε L/2 εDε
        S1: =S1+D(K); S2: =0;
    εFε K:=L/2+1 εSε1 εUε L εDε
        S2: =S2+D(K); S3: =S1+S2;
    εFε K:=1 εSε1 εUε L εDε
        B(K): =D(K);
    #W2(0, '3I5', S1, S2, S3)
    εEε
εEε
εFε

```

附录 II 计算女性人口基本 Leslie 矩阵的主特征根以及主特征根所对应的特征向量的计算机程序 (Algol-60 语言)

1. 说明

求基本 Leslie 矩阵的主特征根即求方程

$\lambda_R^{+1} - F_0 \lambda_R - P_0 F_1 \lambda_R^{-1} - P_0 P_1 F_2 \lambda_R^{+2} - \dots - (P_0 P_1 \dots P_{R-1}) F_R = 0$ 的最大正实根。读入值

K =最末生育年龄组的组数;

L =Leslie 矩阵阶数;

EPS =特征根误差允许范围;

F =生育专率;

P =存活专率。

2. 程序

```

εBε εINε K, L; εRε EPS; #W1(0, SN, K', L, EPS);
εBε εINε I, J; εRε X, Y, H, G, Z;
    εAε A, F(1:K), P, B(1:K);
    εRε εPε LAMTA(X); εVε X;
εBε εRε S; S:=1; εFε I:=1 εSε1 εUε K' εDε
    S:=S*A(I); LAMTA:=S
εEε; #W1(0, 'N', F, P); R:=1;
    εFε I:=1 εSε1 εUε K' εDε
εBε R:=R*P(I); A(I):=-R*F(I) εEε;
    X:=0; G:=2; R:=LAMTA(X);
    εFε Y:=1 εSε1 εUε G εDε
εBε G:=G+1; H:=LAMTA(Y);
εIε R*H≤0 εTε εGε T; R:=H
εEε; T; X:=Y-1; L1; Z:=(X+Y)/2;
    G:=LAMTA(Z);
    εIε G*R≤0 εTε
εBε Y:=Z; H:=G εEε εELε
εBε X:=Z; R:=G εEε;
    εIε Y-X>EPS√#ABS(H-R)>EPS
    εTε εGε L1; X:=(X+Y)/2;
    #W2(0, 'F8.5', X) B(1):=1;
εFε I:=2 εSε1 εUε L εDε
    B(I):=B(I-1)*P(I)/X;
    #W2(0, 'F8.5', B)
εEε
εEε

```

(注: 程序中的字母ε是希腊字母, *是乘号, V是或号, 其余全是大写拉丁字母, 等号全是:=)。