第2卷 第2期
1982年6月

生 态 学 报
ACTA ECOLOGICA SINICA

Vol. 2. No. 2
Jun., 1982

模糊数学在生态学中的应用研究
Ⅰ.桔全爪螨种群动态中的模糊聚类分析*

周 新 远
(西南农学院植保系)

一、引 言

任何一个生态系统都是极其复杂的。在系统中，生命的和非生命的环境诸因子之间，形成一个十分复杂的网络结构。在生态学的研究中，存在着许多不确定性事件。一类是带有随机性的，对此类事件，生态学者们运用概率论及数理统计方法，卓有成效地进行了大量的探索。另一类不确定性是由模糊性（Fuzziness）引起的，这类事物的发生与否没有截然分明的界限，在绝对的符合与不符合之间，存在着许多中间状态。研究越是深入，系统的复杂性越是突出，而复杂化的对象又很难精确化。根据不相容原理，在一定阈值以上，复杂性与精确性将互相排斥。这就要求人们去研究伴随复杂性而来的模糊性，把思维从二值逻辑的基础上转移到连续值逻辑上来。

1965年，L. A. Zadeh 第一次提出了模糊集(Fuzzy sets)的概念(Zadeh, 1965)，为研究具有模糊性的自然现象提供了新的有力工具。十几年来，模糊数学迅猛发展，其应用的触角，在国内外已伸向国民经济的各个领域。

笔者(1980)在本院果园系统调查了桔全爪螨（*Panonychus citri* McG.）的种群动态，并利用模糊理论进行聚类分析，现将初步结果报道。

二、模糊集与模糊等价关系

1. 模糊集的概念

所谓模糊集是指这样的集合：对于任一元素（事物），并不要求明确作出“属于此集合”或“不属于此集合”的两个判断之一，而仅要求指出它以多大的可能性作为此集合的成员。

定义 1. 给定论域U，所谓指定了U上的一个模糊子集$\underset{\sim}{A}$，是指U到〔0,1〕上的一个映射，即对任意$u\varepsilon U$，都有一个隶属程度$\mu(0\leqslant\mu\leqslant1)$与之对应。称$\mu$为$\underset{\sim}{A}$的隶属函数，记作$\mu=\underset{\sim}{A}(u)$。

* 本研究在业师李隆术教授指导下进行。本院数理教研组袁振邦副教授以及中国科学院马世骏、王战、兰仲雄教授热情指导，馈赠资料，审阅修改文稿。在此表示衷心感谢。

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

当 $\underset{\sim}{A}(u)$ 仅取 0,1 二值时，$\underset{\sim}{A}$ 便化为普通子集。

选取门坎 λ（λ 为介于0,1之间的一个实数），当 $\underset{\sim}{A}(u)\geqslant\lambda$，便算作 $u\varepsilon\underset{\sim}{A}_\lambda$；否则，便算作 $u\bar{\varepsilon}\underset{\sim}{A}_\lambda$。由此得到一普通子集，记作

$$A_\lambda=\{u\ u\varepsilon U, A(u)\geqslant\lambda\}, \qquad (*)$$

叫做 $\underset{\sim}{A}$ 的 λ 度图象，λ 叫置信水平。

与普通集合论相似，可引入模糊集的运算。

定义 2. 设 $\underset{\sim}{A}$、$\underset{\sim}{B}$ 是 U 上的两个模糊子集，则它们的并集 $\underset{\sim}{A}\cup\underset{\sim}{B}$、交集 $\underset{\sim}{A}\cap\underset{\sim}{B}$ 及 $\underset{\sim}{A}$ 的余集 $\underset{\sim}{A}^C$，仍然是模糊子集，它们的隶属函数分别定义为：

$$(\underset{\sim}{A}\cup\underset{\sim}{B})(u)=\max(\underset{\sim}{A}(u),\underset{\sim}{B}(u),$$
$$(\underset{\sim}{A}\cap\underset{\sim}{B})(u)=\min(\underset{\sim}{A}(u),\underset{\sim}{B}(u),$$
$$\underset{\sim}{A}^C(u)=1-\underset{\sim}{A}(u)。$$

2. 模糊等价关系和模糊聚类分析

对事物按一定要求进行分类的数学方法，叫做聚类分析。现在的分类问题，多伴随着模糊性。模糊的分类，要由模糊等价关系来确定。

首先引普通关系的概念。

设 U、V 是两个集合，称

$$U\times V\overset{\triangle}{=\!=}\{(u,v)\mid u\varepsilon U, v\varepsilon V\}$$

为集合 U 与 V 的笛卡尔乘积集，简称乘积集。

乘积集是将两个集合的元素进行搭配而得到的所有元素对的集合。乘积集 $U\times V$ 的一个子集 R，称为 U 到 V 的一个二元关系。对于 $u\varepsilon U, v\varepsilon V$，若 $(u,v)\ \varepsilon R$，则称 u 对 v 有关系 R。否则，称 u 对 v 没有关系 R。当 $U=V$ 时，就是指 U 的元素间的一个关系。

定义 3. 所谓从 U 到 V 的一个模糊关系 $\underset{\sim}{R}$，是指 $U\times V$ 的一个模糊子集。隶属程度 $\underset{\sim}{R}(u,v)$ 是定义在 $U\times V$ 上的一个二元函数，它的值域为〔0,1〕。$\underset{\sim}{R}(u,v)$ 表示 u 与 v 具有关系 $\underset{\sim}{R}$ 的程度。当 $U=V$ 时，$\underset{\sim}{R}$ 称为 U 上的模糊二元关系。

选定门坎 λ 后，照(*)式的意义，便得到 $\underset{\sim}{R}$ 的 λ 图象 R_λ（集合 $U\times V$ 的普通子集），因而得到 U 到 V 的普通的关系。

当 U 与 V 都是有限集合时，$\underset{\sim}{R}$ 可用一矩阵表示，这样的矩阵（元素介于0,1之间的实数）称为模糊矩阵，也记作 $\underset{\sim}{R}$。

定义 4. 设 $\underset{\sim}{R}=(r_{ij})$ 是 $n\times m$ 模糊矩阵，$\underset{\sim}{S}=(s_{jk})$ 是 $m\times r$ 模糊矩阵，令

$$t_{jk}=\bigvee_{j=1}^{m}[r_{ij}\wedge s_{jk}]\quad(i=1,\cdots,n;\ k=1,\cdots,r),$$

显然，$0\leqslant t_{ik}\leqslant 1$，则称 $\underset{\sim}{T}=(t_{ik})$ 为 $\underset{\sim}{R}$ 与 $\underset{\sim}{S}$ 的复合矩阵，记作

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

$$\underset{\sim}{T}=\underset{\sim}{R}\circ\underset{\sim}{S}$$

这里，“$\vee$”＝“max”；“$\wedge$”＝“min”。

又，若 $\underset{\sim}{R}$、$\underset{\sim}{S}$ 均为 $n\times m$ 模糊矩阵，且在 $\underset{\sim}{R}$、$\underset{\sim}{S}$ 的对应元素之间，均有

$$r_{ij}\leqslant s_{ij}\ (\forall i,j)$$

则记作 $\underset{\sim}{R}\subseteq\underset{\sim}{S}$。

定义 5. 设 $\underset{\sim}{R}$ 是 U 上的一个模糊关系（n 阶方阵）如果它满足：

1）反身性：$r_{ii}=1\ (i=1,\cdots,n)$

2）对称性：$r_{ij}=r_{ji}$

3）传递性：$\underset{\sim}{R}\circ\underset{\sim}{R}\subseteq\underset{\sim}{R}$。

则称 $\underset{\sim}{R}$ 是 U 上的一个模糊等价关系。

可以证明，若 $\underset{\sim}{R}$ 是 U 上满足反身性、对称性的模糊关系（n 阶方阵），则必存在 $k\leqslant n$，使

$$\underbrace{\underset{\sim}{R}\circ\underset{\sim}{R}\circ\cdots\circ\underset{\sim}{R}}_{k}=\underset{\sim}{R}^{k}$$

是一个模糊等价关系。

还可证明，若 $\underset{\sim}{R}$ 是 U 上的一个模糊等价关系，则对任意 $0\leqslant\lambda\leqslant1$，$R_\lambda$〔意义见(*)式〕都是 U 上的一个普通等价关系。依据这些等价关系，U 中的元素便可以分类。且当 λ 由 1 下降到 0 时，所分的类由细变粗，形成一个动态的聚类图。

模糊聚类分析可按以下三步进行：

步骤 1，相似矩阵的标定。设 U 是需要被分类对象的全体，建立 U 上的相似关系 $\underset{\sim}{R}$。这一步可照搬多元分析中普通聚类分析的标定方法。

步骤 2，寻找模糊等价关系。相似关系 $\underset{\sim}{R}$ 一般只满足反身性和对称性，为此，取 $\underset{\sim}{R}$ 的乘幂：

$$\underset{\sim}{R}^{2},\underset{\sim}{R}^{4},\underset{\sim}{R}^{8},\cdots,$$

若在某一步，有

$$\underset{\sim}{R}^{k}=\underset{\sim}{R}^{2k}\overset{\triangle}{=\!=}\underset{\sim}{R}^{*}$$

则 $\underset{\sim}{R}^{*}$ 便是一个模糊等价关系。

步骤 3，根据实际需要，选取适当水平的 λ，便得到所需要的分类。

三、桔全爪螨种群动态的模糊聚类分析

桔全爪螨是我国柑桔产区的主要害虫之一。其种群动态包括数量动态、空间动态、时间动态，三者之间互为依存，互相影响（马世骏，1964；Richard. Brewer, 1979），且总是以

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

整体的水平反映出来。桔全爪螨种群在数量上的波动，常常直接引起空间的扩张或收缩，从而使其空间格局（*spatial pattern*）相应发生变化。反过来说，在其生境扩张与收缩的同时，常伴随着出现数量上的增减。因而，应该从数量动态和空间动态的统一观出发，设法在整体水平上去研究种群动态。此外，种群动态是一个具有模糊性的问题，就数量动态而言，什么样的状态称为“猖獗”或“凋落”；就空间动态而言，什么样的格局称为“随机的”、“聚集的”、“均匀的”，等等。这些概念都没有明确的外延。因此，用模糊理论去分析研究是恰当的。

表征种群动态的指标很多。为简单计，首先进行特征抽取。以样本平均密度（$\bar{X}$）（头/叶）作为种群数量动态的一个测度，它是总体均值的无偏估计量。以聚块性指标（$\overset{*}{m}/m$）作为种群空间动态的一个测度，它刻划了种群空间格局的内在性质（Pielou 1977）。这里，$\overset{*}{m}/m$按$\overset{*}{m}/m=\left(m+\frac{V}{m}-1\right)/m$计算。$m$为样本均值，$V$为样本方差。为了探索在实际应用中的简便方法，并考虑到平均密度（$\bar{X}$）受着零样方的干扰，可能传递有偏的信息，故选用有虫叶出现频率作为一外部性状指标，记为F。表1给出了按时间序列排列的17组资料。

表1 桔全爪螨3—6月的$\bar{X}$、$\overset{*}{m}/m$、F值（1980）

序号	$X_1(\bar{x})$(头/叶)	$X_2(\overset{*}{m}/m)$	$X_3(F)$	调查时间（月、日）	序号	$X_1(\bar{x})$(头/叶)	$X_2(\overset{*}{m}/m)$	$X_3(F)$	调查时间（年、月）
a	0.24	9.507	0.13	3.10	j	3.35	2.216	0.79	4.24
b	0.58	6.708	0.21	3.15	k	4.37	3.404	0.78	5.9
c	0.77	7.645	0.26	3.20	l	6.07	3.374	0.87	5.14
d	1.03	7.429	0.32	3.25	m	8.46	2.885	0.87	5.19
e	1.03	4.808	0.37	3.30	n	15.12	1.850	0.95	5.24
f	1.20	3.646	0.43	4.4	o	28.45	1.427	0.99	5.29
g	1.76	4.952	0.46	4.9	p	2.18	3.959	0.56	6.10
h	2.12	3.579	0.55	4.14	g	0.83	3.424	0.37	6.21
i	3.85	2.907	0.75	4.19					

考虑到$\bar{X}$，$\overset{*}{m}/m$、F的量纲不一样，根据

$$X'_{ij}=\frac{X_{ij}-\bar{X}_j}{S_j}\quad(i=1,\cdots,17)(j=1,2,3)$$

（$\bar{X}_j$:j变量均值；S_j:j变量标准差）

将数据作规格化变换（中国科学院地质研究所，1977）得表2。

设种群动态可用（$\bar{X}$，$\overset{*}{m}/m$，F）刻划，则它们不过是三维空间中的点集，每个元素（每组资料）都是三维空间中的一个点。令d_{ij}表示论域中第i个元素（即第i组资料）与第j个元素之间的距离，

$$d_{ij}=\sqrt{\sum_{k=1}^{3}(X'_{ik}-X'_{jk})^2}\quad(i,j=1,\cdots,17)$$

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

表 2　　$\bar{x}$、$\overset{※}{m}/m$、F 的规格化数据

序号	$X'_1(\bar{x})$	$X'_2(\overset{※}{m}/m)$	$X'_3(F)$	序号	$X'_1(\bar{x})$	$X'_2(\overset{※}{m}/m)$	$X_3'(F)$
a	−0.636	2.304	−1.587	j	−0.201	−0.945	0.804
b	−0.588	1.057	−1.297	k	−0.059	−0.416	0.768
c	−0.562	1.474	−1.116	l	0.179	−0.429	1.094
d	−0.525	1.378	−0.899	m	0.513	−0.647	1.094
e	−0.525	0.210	−0.717	n	1.444	−1.108	1.384
f	−0.502	−0.308	−0.500	o	3.307	−1.296	1.529
g	−0.423	0.274	−0.391	p	−0.365	−0.168	−0.029
h	−0.373	−0.338	−0.065	q	− 553	− 406	−0.717
i	−0.131	−0.637	0.659				

则 d_{ij} 的大小反映了两个元素间差异的大小。

如是，可以进行模糊聚类分析了。

取定论域$U=\{a,b,\cdots,p,q\}$，建立相似矩阵$\underset{\sim}{R}=(r_{ij})$，其中

$$r_{ij}=1-\frac{d_{ij}}{M},$$

M为适当选定的一个常数，以使$0\leqslant r_{ij}\leqslant 1$，这里，取$M=7$。由$r_{ij}$与$d_{ij}$的关系知：当$r_{ij}$愈大（小）时，第 i 个元素与第 j 个元素之间的差异愈小（大）。相似矩阵$\underset{\sim}{R}$为：

$$R=\begin{pmatrix}
1 & 0.82 & 0.86 & 0.83 & 0.68 & 0.60 & 0.66 & 0.56 & 0.47 & 0.42 & 0.48 & 0.44 & 0.41 & 0.29 & 0.12 & 0.58 & 0.59\\
0.82 & 1 & 0.94 & 0.93 & 0.85 & 0.77 & 0.83 & 0.75 & 0.63 & 0.58 & 0.63 & 0.58 & 0.55 & 0.43 & 0.24 & 0.75 & 0.78\\
0.86 & 0.94 & 1 & 0.97 & 0.81 & 0.73 & 0.80 & 0.70 & 0.60 & 0.56 & 0.61 & 0.57 & 0.54 & 0.41 & 0.22 & 0.72 & 0.73\\
0.83 & 0.93 & 0.97 & 1 & 0.83 & 0.75 & 0.83 & 0.73 & 0.63 & 0.59 & 0.64 & 0.60 & 0.57 & 0.44 & 0.25 & 0.75 & 0.74\\
0.68 & 0.85 & 0.81 & 0.83 & 1 & 0.92 & 0.95 & 0.88 & 0.76 & 0.73 & 0.76 & 0.71 & 0.68 & 0.55 & 0.33 & 0.89 & 0.91\\
0.60 & 0.77 & 0.73 & 0.75 & 0.92 & 1 & 0.92 & 0.94 & 0.82 & 0.79 & 0.81 & 0.75 & 0.73 & 0.60 & 0.37 & 0.93 & 0.97\\
0.66 & 0.83 & 0.80 & 0.83 & 0.95 & 0.92 & 1 & 0.90 & 0.80 & 0.75 & 0.80 & 0.75 & 0.72 & 0.58 & 0.36 & 0.92 & 0.89\\
0.56 & 0.75 & 0.70 & 0.73 & 0.88 & 0.94 & 0.90 & 1 & 0.88 & 0.85 & 0.87 & 0.82 & 0.79 & 0.65 & 0.41 & 0.98 & 0.90\\
0.47 & 0.63 & 0.60 & 0.63 & 0.76 & 0.82 & 0.80 & 0.88 & 1 & 0.95 & 0.96 & 0.92 & 0.89 & 0.74 & 0.49 & 0.88 & 0.79\\
0.42 & 0.58 & 0.56 & 0.59 & 0.73 & 0.79 & 0.75 & 0.85 & 0.95 & 1 & 0.92 & 0.90 & 0.88 & 0.75 & 0.49 & 0.84 & 0.76\\
0.48 & 0.63 & 0.61 & 0.64 & 0.76 & 0.81 & 0.80 & 0.87 & 0.96 & 0.92 & 1 & 0.94 & 0.90 & 0.75 & 0.49 & 0.87 & 0.78\\
0.44 & 0.58 & 0.57 & 0.60 & 0.71 & 0.75 & 0.75 & 0.82 & 0.92 & 0.90 & 0.94 & 1 & 0.94 & 0.79 & 0.53 & 0.82 & 0.72\\
0.41 & 0.55 & 0.54 & 0.57 & 0.68 & 0.73 & 0.72 & 0.79 & 0.89 & 0.88 & 0.90 & 0.94 & 1 & 0.85 & 0.59 & 0.79 & 0.70\\
0.29 & 0.43 & 0.41 & 0.44 & 0.55 & 0.60 & 0.58 & 0.65 & 0.74 & 0.75 & 0.75 & 0.79 & 0.85 & 1 & 0.73 & 0.65 & 0.57\\
0.12 & 0.24 & 0.22 & 0.25 & 0.33 & 0.37 & 0.36 & 0.41 & 0.49 & 0.49 & 0.49 & 0.53 & 0.59 & 0.73 & 1 & 0.41 & 0.35\\
0.58 & 0.75 & 0.72 & 0.75 & 0.89 & 0.93 & 0.92 & 0.98 & 0.88 & 0.84 & 0.87 & 0.82 & 0.79 & 0.65 & 0.41 & 1 & 0.89\\
0.59 & 0.78 & 0.73 & 0.74 & 0.91 & 0.97 & 0.89 & 0.90 & 0.79 & 0.76 & 0.78 & 0.72 & 0.70 & 0.57 & 0.35 & 0.89 & 1
\end{pmatrix}$$

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

R只具有反身性、对称性，不具有传递性，直接由它不能完成分类任务。将其改造成模糊等价关系，经计算得

$$\underset{\sim}{R}^{8}=\underset{\sim}{R}^{16}\overset{\triangle}{=\!=}\underset{\sim}{R}^{*}$$

$$\underset{\sim}{R}^{*}=\begin{array}{c}\left(\begin{array}{cccccccccccccccccc}
1 & 0.86 & 0.86 & 0.86 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.73 & 0.85 & 0.85 \\
0.86 & 1 & 0.94 & 0.94 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.73 & 0.85 & 0.85 \\
0.86 & 0.94 & 1 & 0.97 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.73 & 0.85 & 0.85 \\
0.86 & 0.94 & 0.97 & 1 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.73 & 0.85 & 0.83 \\
0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 1 & 0.92 & 0.95 & 0.92 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.85 & 0.73 & 0.92 & 0.92 \\
0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.92 & 1 & 0.92 & 0.94 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.85 & 0.73 & 0.94 & 0.97 \\
0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.95 & 0.92 & 1 & 0.92 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.85 & 0.73 & 0.92 & 0.92 \\
0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.92 & 0.94 & 0.92 & 1 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.85 & 0.73 & 0.98 & 0.94 \\
0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 1 & 0.95 & 0.96 & 0.94 & 0.94 & 0.85 & 0.73 & 0.88 & 0.88 \\
0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.95 & 1 & 0.95 & 0.94 & 0.94 & 0.85 & 0.73 & 0.88 & 0.88 \\
0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.96 & 0.95 & 1 & 0.94 & 0.94 & 0.85 & 0.73 & 0.88 & 0.88 \\
0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.94 & 0.94 & 0.94 & 1 & 0.94 & 0.85 & 0.73 & 0.88 & 0.88 \\
0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.94 & 0.94 & 0.94 & 0.94 & 1 & 0.85 & 0.73 & 0.88 & 0.88 \\
0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 1 & 0.73 & 0.85 & 0.85 \\
0.73 & 0.73 & 0.73 & 0.73 & 0.73 & 0.73 & 0.73 & 0.73 & 0.73 & 0.73 & 0.73 & 0.73 & 0.73 & 0.73 & 1 & 0.73 & 0.73 \\
0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.92 & 0.94 & 0.92 & 0.98 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.85 & 0.73 & 1 & 0.94 \\
0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.85 & 0.92 & 0.97 & 0.92 & 0.94 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.88 & 0.85 & 0.73 & 0.94 & 1
\end{array}\right) & \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \\ j \\ k \\ l \\ m \\ n \\ o \\ p \\ q \end{array} \\
\begin{array}{cccccccccccccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h & i & j & k & l & m & n & o & p & q \end{array} & \end{array}$$

根据(*)式关于λ图象的定义，可用元素为0和1的矩阵表示 R_λ 的隶属函数，并将该矩阵也记作R_λ。当$r_{ij}\geqslant\lambda$，便换成1，否则，换成0（为节省篇幅，只给出$0.88<\lambda\leqslant0.92$时的 R_λ）（汪培庄，1980）。

1°. 取置信水平 $0.98<\lambda\leqslant1$，则$a,b,\cdots,p,q$各占一类，共17类。

2°. 取$0.97<\lambda\leqslant0.98$，$h$、$p$合为一类，余同1°，共分16类。

3°. 取$0.96<\lambda\leqslant0.97$，$c$、$d$与$f$，$q$各合为一类，余同2°，将$U$分为14类。

4°. 取$0.95<\lambda\leqslant0.96$，$i$、$k$合为一类，余同3°，共分13类。

5°. 取$0.94<\lambda\leqslant0.95$，$e$、$g$合为一类；$i$、$k$与$j$合为一类，余同4°，共分11类。

6°. 取$0.92<\lambda\leqslant0.94$，将$U$分为$\{a\}$，$\{b、c、d\}$，$\{e、g\}$，$\{f、q、h、p\}$，$\{j、i、k、l、m\}$，$\{n\}$，$\{o\}$ 7类。

7°. 取$0.88<\lambda\leqslant0.92$，将$U$分为$\{a\}$，$\{b、c、d\}$，$\{e、g、f、q、h、p\}$，$\{j、i、k、l、m\}$，$\{n\}$，$\{o\}$ 6类，相应地，R_λ为：

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

$$
R_\lambda = \begin{array}{c}
\left(\begin{array}{ccccccccccccccccc}
1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 \\
\circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 \\
\circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 \\
\circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 \\
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & \circ & \circ & \circ \\
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & \circ & \circ \\
\circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 \\
\circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1 & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & 1
\end{array}\right)
\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \\ j \\ k \\ l \\ m \\ n \\ o \\ p \\ q \end{array} \\
\begin{array}{ccccccccccccccccc}
a & b & c & d & e & f & g & h & i & j & k & l & m & n & o & p & q
\end{array}
\end{array}
$$

8°. 取$0.86<\lambda\leqslant 0.88$，将$U$分为$\{a\}$，$\{b,c,d\}$，$\{e,g,f,q,h,p,j,i,k,l,m\}$，$\{n\}$，$\{o\}$ 5 类。

9°. 取$0.85<\lambda\leqslant 0.88$，$\{a\}$与$\{b,c,d\}$ 合为一类，余同8°，共分 4 类。

10°. 取$0.73<\lambda\leqslant 0.85$，$\{o\}$为一类，其余元素为一类，共分 2 类。

11°. 取$0\leqslant\lambda\leqslant 0.73$，将 U 分为一类。

$\{a,b,\cdots,p,q\}$。

总结以上各步，得一动态聚类图如图 1。

在实际应用中，我们必须把连续值逻辑离散化，否则，将带来诸多不便。取定 $0.88<\lambda\leqslant 0.92$，将 U 分为六个状态集：

$\{a\}$，$\{b、c、a\}$，$\{e、f、g、h、p、q\}$，$\{i、j、k、l、m\}$，$\{n\}$，$\{o\}$。

从控制论的观点看，这相当于把系统分为六个亚系统(subsystem)，而且是在一个横糊等价关系上，相对合理地去划分的。为讨论方便，将$\{a\}$，$\{b、c、d\}$，$\{e、f、g、h\}$，$\{p、q\}$，$\{i、j、k、l、m\}$，$\{n\}$，$\{o\}$分别记为 $SS_1, SS_2, SS_3, SS_3', SS_4, SS_5, SS_6$。

四、桔全爪螨种群动态的初步探讨

综合分析桔全爪螨的动态聚类图（图 1）及表 1，有以下几点启示：

1. 就桔全爪螨种群数量结构、空间结构的统一观而言，在同一亚系统中，各组资料之间由于反身性、对称性、传递性的保证，它们所表征的种群动态完全可以认为是相同的。也就是说，任取一组资料，就可代表它所在亚系统的种群动态特征，这就使问题大大地得以

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

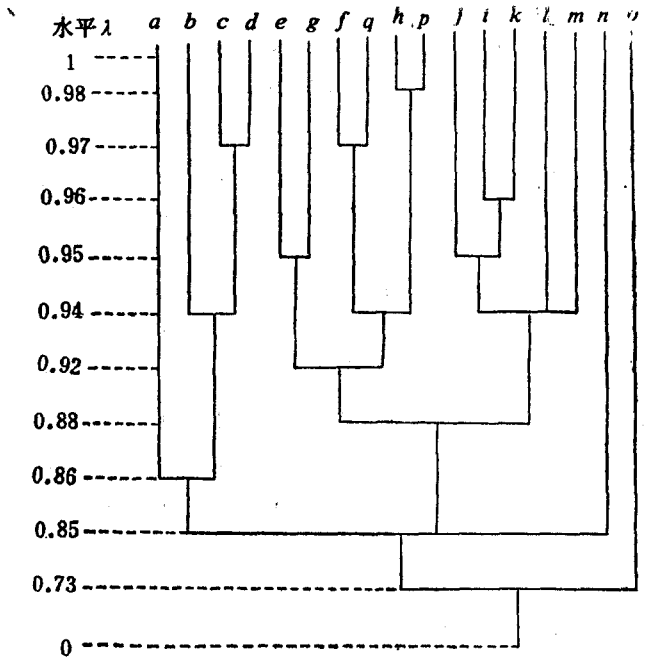

图 1 动态聚类图（为使图象清楚，元素位置有调动）

简化。

2. 在图1中，元素h、p和元素f、q在很高水平的λ就分别归并了。在表1中，p、q为种群密度下降时的动态，而f、h为种群密度上升时的动态。虽然下一步各自演变的方向不同，但就所考察的种群动态特征来说，可分别将它们视为一致的。亚系统SS_6在图1中迟迟不能归并，它代表了十分特殊的种群动态，这种特殊性在表1中表现为：很高的密度，趋于随机的空间格局，几乎叶叶有虫。笔者认为，这可视为种群猖獗发生的动态。需要深入分析它出现的原因，这在害虫管理中十分重要。

3. 在各亚系统之间，桔全爪螨种群动态却是大相径庭的。

亚系统SS_1，可视为种群处于凋落时的动态，低密度，高聚块，螨体聚集在少数叶片上，很少扩散，其有虫叶比例在10%左右或更低些。

从3月中旬到5月底，为桔全爪螨为害最烈时期。随着春梢抽发，新叶伸展，成螨从老叶向新叶大量转移。其种群数量持续增长，空间不断扩张，有虫叶比例随之增高，个体群由小变大，螨体在树内的散布渐趋一致（李隆术等，1980）。在此期间，种群动态总的演变趋势尽管基本相同，但各亚系统演变的进程却并不一致。试以种群数量动态为例。假设螨体的增长与密度无关，可用一阶微分方程加以刻化。设$p(t)$为在时刻t的螨体总数，$r(t, p)$表示其出生率和死亡率之差。再假设在同一亚系统中，r不随时间变化，也不随螨体总数的增减而变化，保持为一常数；且螨体迁进、迁出的代数和为0。若在时刻t_0，螨体总数为p_0，则$p(t)$满足初值问题：

$$\frac{dp(t)}{dt} = rp(t)$$

$$p(t_0) = p_0$$

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

这个初值问题的解为（*M.* 布朗，1978）：

$$p(t) = p_0 e^{r(t-t_0)}$$

计算结果见表 3：

表 3　　各亚系统的内禀增殖率(r)和螨体总数增长一倍时间(t)

序　号	r	t (天)	序　号	r	t (天)
SS_2	0.0574	12.08	SS_5	0.1161	5.97
SS_3	0.0481	14.41	SS_6	0.1264	5.48
SS_4	0.0262	26.46	SS_3'	−0.1607	−4.31*

* 表示螨体总数每隔 4.31天下降一半。

上述分析只考虑了简单生死过程，这只有在种群相当小，个体间没有干扰的情况下，才可能是真确的。在有限制的环境里，任何种群的增长总要受到环境资源的限制。兹用一逻辑斯蒂方程

$$Y = \frac{k}{1 + e^{a-rt}}$$

近似地表征桔全爪螨种群的数量动态（*R. M.* 梅，1976；丁岩钦，1980；Pielou, 1977）。k 为环境“负担能力”，决定于食物、空间、捕食者及其它；r 为内禀增殖率。经计算整个系统的逻辑斯蒂方程为（丁岩钦，1980）：

$$Y = \frac{46.6173}{1 + e^{4.9197-0.0548t}}$$

在各亚系统之间，桔全爪螨种群的空间动态也是有差异的，这突出地表现在聚块性指标 $(\overset{※}{m}/m)$ 的取值上（见表 1）；同时，也反映在扩散与聚集的趋势上。根据 Monte Lloyd (1967) 提出的综合考虑 m、$\overset{※}{m}$、$\overset{※}{m}/m$（或 $(\overset{※}{m}+1)/m$）的值的变化，以判断种群个体或聚集、或扩散趋势的方法（Monte Lloyd, 1967），对桔全爪螨种群在各时刻的聚集、扩散趋势分析如表 4。

整个系统的聚集、扩散趋势表现出明显的规律性，拟用-富氏级数加以刻划。

假设 X_t 随时间的变化为一正弦曲线，则

$$X_t = A\sin\left(\frac{2\pi}{L}t + \varphi\right)$$

展开得：

$$X_t = A\sin\frac{2\pi}{L}t \cdot \cos\varphi + A\cos\frac{2\pi}{L}t \cdot \sin\varphi$$

令

$$\begin{cases} a = A \cdot \sin\varphi \\ b = A \cdot \cos\varphi \end{cases}$$

则：$A = \sqrt{a^2 + b^2}$，$\varphi = \mathrm{arctg}\frac{a}{b}$.

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

表 4 桔全爪螨聚集与扩散趋势的分析

序	列	m	$\overset{※}{m}$	$\overset{※}{m}/m$	$\overset{※}{m}+1/m$	判 断
SS_1	a	0.24	2.282	9.507	13.675	
SS_2	b	0.58	3.891	6.708	8.433	扩 散
	c	0.77	5.887	7.645	8.944	聚 集
	d	1.03	7.652	7.429	8.400	扩 散
SS_3	e	1.03	4.952	4.808	5.779	扩 散
	f	1.20	4.375	3.646	4.479	扩 散
	g	1.76	8.716	4.952	5.520	聚 集
	h	2.12	7.588	3.579	4.051	扩 散
SS_4	i	3.85	11.192	2.907	3.167	扩 散
	j	3.35	7.424	2.216	2.515	扩 散
	k	4.37	14.876	3.404	3.633	聚 集
	l	6.07	20.480	3.374	3.539	扩 散
	m	8.46	24.407	2.885	3.003	扩 散
SS_5	n	15.12	27.972	1.860	1.916	扩 散
SS_6	o	28.45	40.598	1.427	1.462	扩 散
SS'_3	p	2.18	8.631	3.959	4.418	聚 集
	q	0.83	2.842	3.424	4.629	聚 集

根据此例实际，选$L=2,5,6,9$.

令：

$$S_L^2 = a_L^2 + b_L^2.$$

当

$$S_L^2 > \frac{4\sigma^2 \ln\frac{m}{\alpha}}{n},$$

认为周期L达到显著性水平α。这里，m为试验周期的个数，此例 $m=4$，σ^2 为样本方差，($\sigma^2=0.2148$)；n为样本数($n=16$)。

经计算（谭冠日，1978）：

$$S_5^2 = 0.1701 > \frac{4\sigma^2 \ln\frac{m}{\alpha}}{n} = 0.1608 \quad (\alpha = 0.20)$$

$$a_5 = 0.002, \quad b_5 = 0.4125$$

故有：

$$X_t = 1.3125 + 0.002 \cdot \cos\frac{2\pi}{5}t + 0.4125 \cdot \sin\frac{2\pi}{5}t.^{※}$$

当然，从动态聚类图中所能得到的结论远不止于此。根据科研或实际应用的需要，门坎λ可以相应选得高一些或低一些。而这，正是模糊理论的特点之一。

* 若用多年资料，经过谐波分析所产生的富氏级数，可以对种群聚集、扩散趋势作出预报。这里也可直接用$\overset{※}{m}/m$值进行谐波分析。

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

五、模糊聚类分析在生态学中应用的价值

迄今为止，对于研究种群动态的两个方法——追踪它随时间的变化和考虑它的空间格局，二者之间的联系还很少进展（Pielou, 1977），研究数量动态时不涉及空间格局，分析空间格局时也不考虑数量动态。而在种群动态的模糊聚类分析中，是从种群数量动态、空间动态的整体观出发的，将对整个系统的考察，化为了对几个亚系统的研究。这就可能将十分复杂的种群动态问题加以简化，为进行种群动态模拟作必要的准备。本文因限于一年、一地的资料，对种群动态的探讨不能深入展开，生态因子的影响也未加考虑。若系多年资料，还可就系统整体着眼，并综合考虑时间动态。因为在诸生态因子的迭加作用下，种群动态终究要从此一亚系统进入彼一亚系统，而各亚系统出现及持续的时间，下一步演变的途径及强度，则因地域、年度等的不同而有所差异。对此的深入研究，有可能揭示种群变动的机制，为数量预报和害虫管理提供依据。

此外，在数值分类、异地测报、最佳防治对策的选择、群落排序等研究中，模糊聚类分析似也大有用武之地。

参 考 文 献

丁岩钦　1980　昆虫种群数学生态原理及应用。科学出版社。

马世骏　1964　昆虫种群的空间、数量、时间结构及其动态。昆虫学报 **13**(1):38—55.

汪培庄　1980　模糊数学简介(Ⅰ)、(Ⅱ)。数学的实践与认识 **2**(1980): 45—59, **3**(1980):52—63.

李隆术、朱文炳、胡国文　1980　桔全爪螨发生规律的初步研究。植保学报 **7**(1):17—26.

吴望名　1980　弗晰图与弗晰树。数学的实践与认识 **4**(1980):50—65.

钱敏平、陈传涓　1979　利用模糊方法进行癌细胞识别。生物化学与生物物理进展 **3**(1979):66—71.

谭冠日　1978　气象站数理统计预报方法。科学出版社

中国科学院地质研究所　1977　数学地质引论。地质出版社。

M. 布朗　1978　（张鸿林译）微分方程及其应用（上）。人民教育出版社（1980）

R. M. 梅　1976　（孙儒泳等译）理化生态学。科学出版社（1980）

A. Я. 列尔涅尔　1972　（刘定一译）控制论基础。科学出版社(1980)

Monte Lloyd　1967　Mean crowding. *J. Anim. Ecol.* 36:1—30.

Pielou. E.C.　1977,　Mathematical Ecology. New York. John Wileg & Sons (interscience).

Richard Brewer.　1979.　Principles of Ecology. London, W. B. Saunders Company.

Zadeh. L. A.　1965　Fuzzy sets. *Inf. Cont.* **8**:338—353.

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd.　All rights reserved.

STUDIES ON THE APPLICATION OF FUZZY MATHEMATICS IN ECOLOGY

I: FUZZY CLUSTER ANALYSIS OF POPULATION DYNAMICS OE CITRUS RED MITE, *Panonychus citri* McGregor.

Zhou Xinyuan

(*Department of Plant Protection, South-Western College of Agriculture*)

A new method is mentioned in this paper for studying the animal population dynamics by means of fuzzy theory. The author attempts to proceed from uniform point of view about the population-size and spatial dynamics of the animal populations and takes the citrus red mite, *Panonychus citri* McG. as an example.

If the population dynamics of the citri red mite may be depicted by the mean density ($\overline{X}$) of the population, the index of patchiness ($\overset{*}{M}/M$) and the frequency of infested leaves (F), they are only the point set in the three-difmensional space. This set is determined by ($\overline{X}, \overset{*}{M}/M, F$). Establishing the similar matrices $\underset{\sim}{R} = (r_{ij})$, let

$$r_{ij} = 1 - d_{ij}/M.$$

The $\underset{\sim}{R}$ is transformed into fuzzy equivalent relation, the threshold λ of appropriate level may be taken for classification. The case corresponds to that the system has been divided into several subsystems. Then the population-size and spatial dynamics of each subsystem are analysed respectively.

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.