

# 作物发育温度非线性效应 Beta 模型的特征分析

吕贞龙, 徐寿军, 庄恒扬\*

(扬州大学江苏省作物遗传生理重点实验室, 江苏 扬州 225009)

**摘要:** Beta 模型在反映温度对作物发育非线性效应方面被广泛采用。为使该函数满足在设定的最适温度下函数值取值最大的条件, 得到 Beta 模型的特殊形式。分析认为, 该模型满足温度对作物发育影响的三基点规律、较好地反映发育速率对温度变化的响应特征、温度三基点在模型中应比较明确的 3 个规范性要求, 具有较强的变化特征表达能力, 可以近似表达二次函数、高斯函数等函数的变化。分析了 Beta 模型与积温法计算结果的关系。通过对 Beta 模型一阶和二阶导数的分析, 明确了其变化特征, 指出已有研究对参数  $P$  生物学意义解释的不妥之处, 提出作物发育速度对温度的非线性响应是感温性的本质特征的观点, 并从新的视角肯定了参数  $P$  在一定程度上可以作为作物感温性强弱的度量。

**关键词:** 作物发育; 温度效应; Beta 模型; 感温性

文章编号: 1000-0933(2008)08-3737-07 中图分类号: S512. 101 文献标识码: A

## Characteristics of the Beta function for nonlinear effects of temperature on crop phenological development

LÜ Zhen-Long, XU Shou-Jun, ZHUANG Heng-Yang\*

Key Laboratory for Crop Genetics & Physiology of Jiangsu Province, Yangzhou University, Yangzhou 225009, China

Acta Ecologica Sinica, 2008, 28(8): 3737 ~ 3743.

**Abstract:** Beta function was first used by Gao Liangzhi in China in 1989 to describe non-linear effects of temperature on rice phenological development and since then widely used in many agricultural crops such as rice, maize and wheat. The specialized form of the Beta function is obtained in order to attain the maximum value of  $f(T)$  when  $T$  equals to the optimal temperature. Our analysis in this paper indicated that Beta function coincides with the three critical values of low, upper and optimal temperature and reflects clearly response patterns to temperature in the whole range from low to upper limits. The Beta function can satisfy these requirements and approximately describe the changes of other functions such as quadratic function and Gauss function, in addition to the easy computation of its parameters. So Beta function is a satisfactory non-linear function of temperature effects. The biological implication of the parameter  $P$  in Beta function is a concerned problem. Some researchers considered it as "temperature promotion coefficient" as it turns up as a product factor in the first derivative of the function. But we thought such an explanation was inappropriate. The parameter  $P$  is not only a product factor but also is included in another product factor  $f(T)$ , leading to a complex relationship between  $P$  and the value of the first derivative. Based on the first and second derivatives, we analyzed the relationship between the curve characteristics of Beta function and  $P$ . In terms of the analysis on available experimental data we demonstrated that the essence of temperature

**基金项目:** 江苏省教育厅自然科学基金资助项目(02KJB210006); 扬州大学江苏省作物遗传生理重点实验室开放课题资助项目(02738800352)

**收稿日期:** 2007-05-05; **修订日期:** 2007-11-07

**作者简介:** 吕贞龙(1955~), 男, 江苏泰兴市人, 副研究员, 主要从事作物生产技术和农场管理研究. E-mail: zhy7979356@sina.com

\* 通讯作者 Corresponding author. E-mail: zhy7979356@sina.com

**Foundation item:** The project was financially supported by Natural Science Foundation of Education Department of Jiangsu Province (No. 02KJB210006) and Open Projects of Key Laboratory for Crop Genetics & Physiology of Jiangsu Province (No. 02738800352)

**Received date:** 2007-05-05; **Accepted date:** 2007-11-07

**Biography:** LÜ Zhen-Long, Associate professor, mainly engaged in crop cultivation and farm management. E-mail: zhy7979356@sina.com

sensitivity is nonlinear responses of crop phenological development to temperature and the parameter  $P$  can describe temperature sensitivity of crop phenological development to some extent.

**Key Words:** crop phenology; temperature effect; Beta function; thermal sensitivity

作物生育期的模拟是作物模拟研究的重要内容之一。积温法是生育期预测较为常用的方法,它假设某一植物或作物品种完成某一发育阶段所要求的超过某一限定值的日平均温度的总和为一固定常数,将温度因素与作物生育速度作为线性关系处理,因此根据逐日温度值就可以通过积温推算发育进程。这种方法假定发育速度与平均温度呈线性关系,温度越高则发育越快,这显然与实际不相符合<sup>[1~3]</sup>。针对积温法的局限性,研究提出了多种温度效应的非线性函数,如一段函数表达的逻辑斯蒂函数<sup>[4]</sup>、高斯函数<sup>[5]</sup>,分段线性函数<sup>[6~8]</sup>和分段非线性函数<sup>[9~11]</sup>。高亮之等<sup>[1]</sup>首次将 Beta 模型应用于水稻发育温度效应的分析,并建立了可以逐日模拟日长和温度综合影响的水稻“钟模型”。由于该模型独特的优点而在许多研究中被采用<sup>[1~3, 12~14]</sup>。在该模型的特征分析方面,高亮之、郑国清等提出模型中参数  $P$ 、 $Q$  的生物学意义<sup>[1,3,15]</sup>,殷新佑基于 Beta 模型分析了作物发育积温的可变性<sup>[3]</sup>,郑国清提出满足“预先确定的最适温度发育速度最快”这一前提条件的只含一个参数的 Beta 模型特殊形式<sup>[2]</sup>,黄冲平等提出高斯模型比 Beta 模型应用效果更好的观点并论证了殷新佑等提出的模型与 Beta 模型的一致性<sup>[5]</sup>。Beta 模型与其他模型的关系及通用性如何?其效应特征与参数的关系以及参数的生物学意义是什么?这些问题都需要进一步探讨。为此,本文比较了 Beta 模型与其他常用模型的关系,通过 Beta 模型数学特征的分析,探讨其参数的生物学意义,从而为 Beta 模型合理利用提供依据。

## 1 Beta 模型的形式

Beta 模型的一般表达式为:

$$f(T) = \left( \frac{T - T_b}{T_o - T_b} \right)^P \left( \frac{T_m - T}{T_m - T_o} \right)^Q \quad (1)$$

式中,  $T$  为日平均温度,  $T_b$ 、 $T_o$ 、 $T_m$  分别为作物发育下限温度、最适温度和上限温度,  $P$ 、 $Q$  为模型参数,  $f(T)$  为温度  $T$  时的作物相对发育速度。

为使“预先确定的最适温度发育速度最快”假定成立,式(1)的特殊形式为<sup>[2]</sup>:

$$f(T) = \left( \frac{T - T_b}{T_o - T_b} \right)^P \left( \frac{T_m - T}{T_m - T_o} \right)^{kP} \quad (2)$$

其中:

$$k = \frac{T_m - T_o}{T_o - T_b} \quad (3)$$

式(2)与式(1)比,由于参数  $P$  与  $Q$  不能独立变化,从而使温度效应函数在  $T_b \leq T \leq T_o$  与  $T_o \leq T \leq T_m$  两个区间变化表现出相关性,函数表达模式变化的丰富性下降。但从应用方便和“预先确定的最适温度发育速度最快”假定成立这一基本要求考虑,一个参数的 Beta 模型优点是明显的甚至是必要的,故后面的分析都是针对式(2)的。

## 2 Beta 模型的特征分析

### 2.1 Beta 模型能够满足温度效应函数的规范性要求

作物发育的温度效应函数一般应具有以下特点:

(1) 能够反映温度对作物发育影响的三基点规律,即存在作物发育最快的最适温度( $T_o$ )和发育停止的下限温度( $T_b$ )和上限温度( $T_m$ ),即  $f(T_b) = f(T_m) = 0$ ,  $f(T_o) = 1$ ; 当  $T_b \leq T \leq T_o$  时,  $f(T)$  为单调增函数,即  $f(T) \geq 0$ ; 当  $T_o \leq T \leq T_m$  时,  $f(T)$  为单调减函数,即  $f(T) \leq 0$ ;

(2) 在  $T_b \leq T \leq T_o$  与  $T_o \leq T \leq T_m$  范围内,  $f(T)$  能够反映发育速率对温度变化的响应特征;

(3) 作物发育的重要生物学参数如温度三基点在模型中应比较明确。

一般说来,分段函数容易满足这些条件,而单段函数则不容易满足这些条件。

### (1) 积温法

积温法本质上反映发育速率对温度的响应是一个线性函数,即

$$f_1(T) = \frac{T - T_b}{T_o - T_b} \quad (4)$$

显然,式(4)不能满足  $T_b \leq T \leq T_o$  与  $T_o \leq T \leq T_m$  两个区间的变化。在  $T_b \leq T \leq T_o$  区间内,每增加  $1^\circ\text{C}$  引起的发育速率增量不变,只是对实际情况的近似。

### (2) 二次函数(抛物线函数)

$$f(T) = \frac{(T - T_b)(T_m - T)}{(T_o - T_b)(T_m - T_o)} \quad (5)$$

不能反映在  $T_b \leq T \leq T_o$  与  $T_o \leq T \leq T_m$  两个区间的非对称性变化。

### (3) 高斯函数

$$f(T) = e^{-\left(\frac{T - T_o}{B}\right)^2} \quad (6)$$

模型在  $T = T_b$  或  $T = T_m$  时,函数  $f(T) \neq 0$ ,不能反映在  $T_b \leq T \leq T_o$  与  $T_o \leq T \leq T_m$  两个区间的非对称性变化, $T_b$  与  $T_m$  在模型中没有得到明确反映。

### (4) 逻辑斯谛函数

$$f(T) = \frac{1}{a + be^{-(T - T_b)}} \quad (7)$$

模型在  $T = T_b$  时函数  $f(T) \neq 0$ ,不能反映在  $T_o \leq T \leq T_m$  区间的变化, $T_o$  与  $T_m$  在模型中没有得到明确反映。很显然,式(2)很好地满足了温度效应函数规范性的 3 个条件。

## 2.2 Beta 模型的变化特征

为分析 Beta 模型的曲线特征,对式(2)求一阶、二阶导数:

$$f'(T) = f(T)P\left(\frac{1}{T - T_b} - \left(\frac{T_m - T_o}{T_o - T_b}\right)\left(\frac{1}{T_m - T}\right)\right) \quad (8)$$

$$f''(T) = f(T)P\left(P\left(\left(\frac{1}{T - T_b}\right) - k\left(\frac{1}{T_m - T}\right)\right)^2 - \frac{1}{(T - T_b)^2} - k\frac{1}{T_m - T}\right) \quad (9)$$

为使在变化区间内存在凹凸拐点,令  $f''(T) = 0$ , 并整理得:

$$\frac{P - 1}{(T - T_b)^2} + \frac{Pk^2 - k}{(T_m - T)^2} = \frac{2Pk}{(T - T_b)(T_m - T)} \quad (10)$$

若  $T$  在一定范围内式(10)成立,则存在拐点,否则不存在拐点,即在  $T$  变化区间内不存在凹凸的转变。由于式(10)右边是一个正数,为使式(10)等式不成立,当  $k \leq 1$  时,

$$P - 1 < 0, \text{ 即 } P < 1$$

而当  $k > 1$  时,

$$Pk^2 - k < 0 \text{ 即 } P < \frac{1}{k}$$

即函数曲线的凹凸性与  $P$  取值有关。当  $k \leq 1, P < 1$  或  $k > 1, P < \frac{1}{k}$  时,式(10)左边项小于右边项,故在此条件下式(2)为凹函数。

由于式(10)对  $T$  的求解比较复杂,通过作图直观地分析。设水稻三基点温度为  $T_b = 12^\circ\text{C}$ ,  $T_o = 30^\circ\text{C}$ ,  $T_m = 40^\circ\text{C}$  [2,4], 式(2)在参数  $P$  不同取值的变化特征如图 1。从图 1 可以看出,  $P$  取一定范围数值时,可以表现出凹凸变化的特征。

## 2.3 Beta 模型具有较强的表达能力

Beta 模型可以表达多种形式的变化。

### (1) Beta 模型与二次函数的关系

当  $k=1$ ,  $P=1$  时, 式(2)就变为式(5), 可见式(5)是式(2)的特例。

### (2) 与沈国权提出的非线性模型的关系

沈国权<sup>[16]</sup>提出的非线性模型如式(11):

$$f(T) = \frac{1}{K} (T - T_b)^{1+P} (T_m - T)^{1+Q} \quad (11)$$

令  $\frac{1}{K} = (T_o - T_b)^{P+1} (T_m - T_o)^{Q+1}$ ,  $P' = P + 1$ ,  $Q' = Q + 1$ , 式(11)就变为式(1)的形式, 可见式(11)与式

(1)是等价的。

### (3) Beta 模型对高斯函数的近似表达

理论上证明 Beta 模型与高斯函数之间的可接近性比较困难, 故通过作图来分析。以马铃薯为例, 其发育三基点温度为  $T_b = 2^\circ\text{C}$ ,  $T_o = 18^\circ\text{C}$ ,  $T_m = 34^\circ\text{C}$ <sup>[5,17,18]</sup>, 分析如图 2。可见, Beta 模型可以基本反映高斯模型的变化, 在温度不是接近最低温度或最高温度的条件下更是如此。

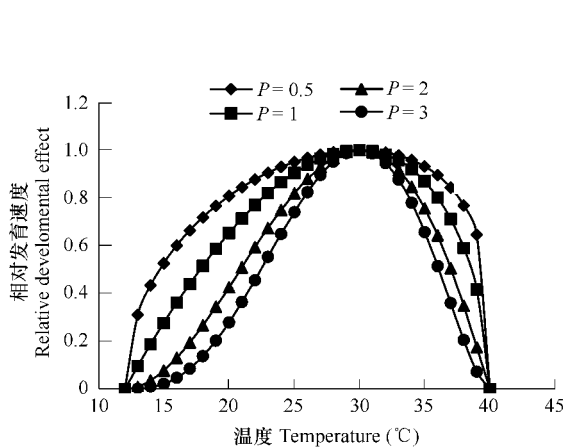


图 1 Beta 模型参数  $P$  不同取值时曲线变化特征

Fig. 1 Characteristics of Beta function with different  $P$  values

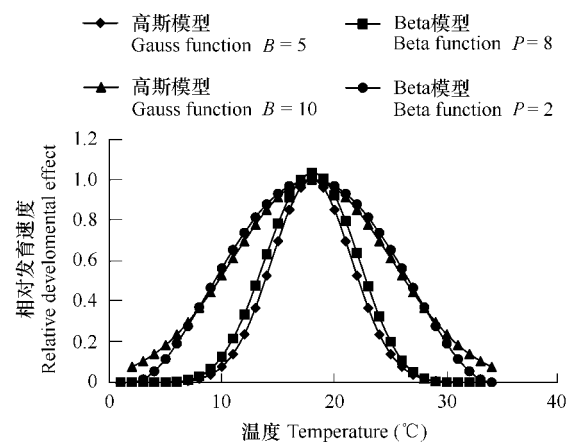


图 2 Beta 模型对高斯函数的近似表达

Fig. 2 Approximate expression of Gauss function by Beta function

## 2.4 Beta 模型与积温法关系

由于积温法是作物发育速率计算中最常使用的方法, 本节加以专门讨论。如前所述, 积温法实质上是假定作物发育速率与温度呈线性关系。由于积温法只适用于  $T \leq T_o$  情况, 讨论假定逐日平均温度不超过最适温度。

$$\Delta f(T) = \left( \frac{T - T_b}{T_o - T_b} \right)^P \left( \frac{T_m - T}{T_m - T_o} \right)^{kP} \frac{T - T_b}{T_o - T_b} = \left( \frac{T - T_b}{T_o - T_b} \right)^{P-1} \left( \frac{T_m - T}{T_m - T_o} \right)^{kP} \quad (12)$$

当  $P \leq 1$ ,  $T \leq T_o$  时, 有  $\Delta f(T) \geq 1$ 。

还以马铃薯发育为例<sup>[16,17]</sup>, 取  $T_b = 2^\circ\text{C}$ ,  $T_o = 18^\circ\text{C}$ ,  $T_m = 34^\circ\text{C}$  时的比较如图 3。

式(12)和由图 3 可以得出, 若逐日计算发育速度, 当  $P=1$  时, 不管温度  $T_i$  在什么范围变化, 由 Beta 模型计算的完成某一发育阶段需要的有效积温总是不小于积温法的有效积温; 当  $P=2.5$  时,  $T_i$  在  $T_b$  至  $T_x$  变化时, 完成某一发育阶段需要的有效积温要大于积温法的有效积温, 而在  $T_x$  至  $T_o$  时则相反。若温度在较大范围变化, 可以确定一个  $P$  值, 使两类模型计算结果接近, 这表明两类模型并不是根本对立的。至于哪种模型更能体现植物的生理特征, 必须通过精细的控制试验来证实。

## 3 讨论

### 3.1 Beta 模型中参数的意义

对于 Beta 模型中的参数  $P$  与  $Q$  的生物学意义是一个极为关注的问题。一些研究<sup>[1,2,4,15]</sup>认为  $P$  值越大,

在下限到最适温度范围内,增温对发育速度的促进作用越大,反之则小,因此将  $P$  定义为“增温促进系数”,可以作为作物感温性的特征系数。其解释依据是当  $T_b \leq T \leq T_o$  时,  $P$  值越大,  $f(T)$  的一阶导数值越大,因而温度效应值增加速度越快。但根据式(8),由于参数  $P$  既是一个乘积因子,同时也出现在因子  $f(T)$  中,且在某一温度下  $f(T)$  随  $P$  的增加而减小,两个因子的共同作用,使  $f(T)$  与  $P$  表现出复杂的关系。另一方面,无论对式(1)还是式(2),参数都将对下限温度与上限温度整个变化范围的曲线特征起作用,从图 1 也可以直观地看出来,所以不能简单地称  $P$  为“增温促进系数”。黄冲平等<sup>[5]</sup>认为,由于水稻这一作物的特殊性,学术界对其感温性、感光性、基本营养生长性等有待详尽的研究,而对于小麦、玉米、马铃薯等未赋予感温性特殊含义的作物,称  $P$  为感温系数就显得不适用从而大大降低了模型的通用性,建议将  $P$  称为温度效应的模型参数,也就是说参数没有明确的生物学意义。从这些观点可以看出,对参数  $P$  是否有生物学意义,是否可以反映作物的感温性存在不同的看法,也缺乏充分的理论分析。

以感温性研究较多的水稻为例,感温性的传统定义是指“水稻品种因受温度高低的影响而改变生育期的特性”<sup>[19, 20]</sup>。根据这种定义,只要存在积温效应,就有感温性存在,所以感温性应是作物普遍的发育特性。那么,感温性与积温效应的区别是什么?根据江苏农科院的试验资料<sup>[19]</sup>,试验采用的 15 个水稻品种,去掉表现特异的 IR8 品种,其余 14 个品种的高温短日生育期在 39~53d,为高温所缩短的天数为 18~38d。若水稻的发育符合积温相对稳定原理,高温短日生育期相近的品种,在短日与较低的温度下完成发育的天数也应相差不大,为高温所缩短的天数应与短日高温生育期有密切的正相关关系。但依据江苏农科院的试验资料<sup>[19]</sup>分析表明,为高温所缩短的天数与短日高温生育期相关性不明显(图 4),说明水稻发育对温度的响应是非线性的。根

据感温性强弱的计算方法,较低与较高(适宜)温度下的发育速率差别越大,水稻的感温性就越强。根据图 3 的分析,  $P$  值越大,较低温度与较高温度下的发育速率差别越大,这表明参数  $P$  在一定程度上可以作为水稻感温性的度量,即  $P$  值越大,作物的感温性越强。从而也可以理解,感温性的本质是作物(水稻)不同品种在不同温度下发育速率对温度响应的差别,感温性弱的品种,在较低温度下发育速度较高,对温度要求较低;反之,感温性强的品种,在较低温度下发育速度较低,对温度要求较高。虽然本文也得到参数  $P$  可以作为作物发育感温性的度量,但解释是基于效应函数的整体特征,与其他研究者有明显不同。

### 3.2 关于参数 $P$ 的取值范围

参数  $P$  影响 Beta 函数的变化特征。凹凸性是函数的重要特性。在  $T_b \leq T \leq T_o$  时,若为凹函数,表明发育速度对温度的响应越来越小,而当凸函数的情况时则越来越大,拐点则是两种响应的转折点。因此,参数反映了温度对作物发育的效应特征。黄冲平等的研究<sup>[17]</sup>,一个品种马铃薯的 3 个发育时段 Beta 模型参数  $P$  取值

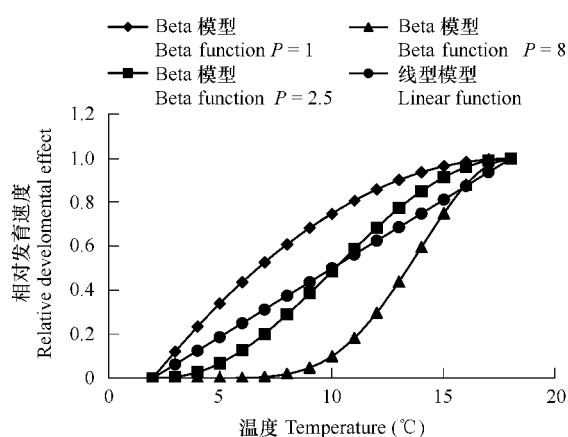


图 3 不同参数  $P$  取值的 beta 模型与积温法发育效应值的比较  
Fig. 3 Comparison of temperature effectiveness values between thermal time approach and Beta function with different  $P$  values

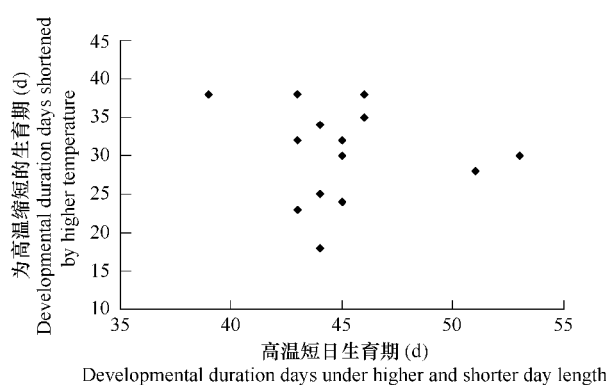


图 4 水稻为高温所缩短的天数与高温短日生育期的关系  
Fig. 4 Relationship between rice developmental duration days shortened by higher temperature and developmental duration days under higher and shorter day length

范围为 1.0342 ~ 3.9020;殷新佑的研究<sup>[4]</sup>, 11 个粳水稻品种发育温度效应的参数  $P$  变化范围为 1.4124 ~ 3.5163;孟亚利的研究<sup>[13]</sup>, 8 个水稻品种的参数  $P$  变化范围为 2.0 ~ 5.3。可以看出,已有研究参数  $P$  的取值在较多的情况下大于 1 且一般不超过 6,效应函数表现出凹凸转变的特征,这一方面提供了在一定条件下与积温法相容的可能性,也可能反映了作物发育的温度效应的特征。

### 3.3 Beta 模型是作物发育温度非线性效应模型的较好选择

作物发育的温度效应模型可分为线性和非线性效应模型两种。线性效应模型的积温法一个基本假定是在一定的温度(下限温度)以上,植物发育速度与温度成线性增加关系,其局限性已有许多论文所阐述。由于其局限性,提出了包括 Beta 模型在内的多种非线性模型。分析得出,Beta 模型不仅符合作物温度效应函数的 3 个规范性要求,而且表达能力较强。此外,Beta 模型还有容易线性化,计算上比较方便的优点。在构建作物发育温度效应函数时,可以选用计算比较简单与意义直观的线性函数(积温法)(应注意温度的范围)以及衍生的分段线性函数,而 Beta 模型则是适合的非线性效应函数。Beta 模型已较好地应用于水稻、小麦、玉米、棉花、马铃薯等作物,因此,从理论上和实践上都表明 Beta 模型有较好的通用性和适用性。

### References:

- [1] Gao L Z, Jin Z Q, Huang Y, *et al.* Rice clock model-a computer simulation model of rice development. *Agricultural Meteorology*, 1989, 10(5): 3-9.
- [2] Zheng G Q. A brief discussion on rice clock model. *Agricultural Meteorology*, 1999, 20(2): 31-34.
- [3] Yin X Y. A critical appraisal of thermal time approach for predicting crop development. *Acta Agronomica Sinica*, 1999, 25(4): 474-482.
- [4] Yin X Y. A nonlinear model to quantify temperature effect on rice phenology and its application. *Acta Agronomica Sinica*, 1994, 20(6): 692-700.
- [5] Huang C P, Wang A H, Hu B M. Study on temperature driven nonlinear models of crop growth and their application. *Journal of Biomathematics*, 2004, 19(4): 481-486.
- [6] Ma F Y, Cao W X, Zhang L Z, *et al.* A physiological development time-based simulation model for cotton development stages and square and boll formation. *Chinese Journal of Applied Ecology*, 2005, 16(4): 626-630.
- [7] Ni J H, Luo W H, Li Y X, *et al.* Simulation of the development of tomato in greenhouse. *Scientia Agricultura Sinica*, 2005, 38(6): 1219-1225.
- [8] Cao H X, Zhang C L, Li G M, *et al.* Research of simulation models of rape (*Brassica napus* L.) growth and development. *Acta Agronomica Sinica*, 2006, 32(10): 1530-1536.
- [9] Yan M C, Cao W X, Luo W H, *et al.* A mechanistic model of phasic and phenological development of wheat I. assumption and description of the model. *Chinese Journal of Applied Ecology*, 2000, 11(3): 355-359.
- [10] Feng L P, Gao L Z, Jin Z Q, *et al.* Studies on the simulation model for wheat phenology. *Acta Agronomica Sinica*, 1997, 23(4): 418-424.
- [11] Mirschel W, Wenkel K, Schultz A, *et al.* Dynamic phenological model for winter rye and barley. *Europ. J. Agron.*, 2005, 23: 123-235.
- [12] Yin X Y, van Laar H H. *Crop Systems Dynamics*. Wageningen, The Netherlands: Wageningen Academic Publishers, 2005. 40-41.
- [13] Meng Y L, Cao W X, Zhou Z G, *et al.* A process-based model for simulating phasic development and phenology in rice. *Scientia Agricultura Sinica*, 2003, 36(11): 1362-1367.
- [14] Sun C M, Zhuang H Y, Yang L X, *et al.* A simulation of growth duration in FACE rice. *Acta Ecologica Sinica*, 2007, 27(2): 613-619.
- [15] Zheng G Q, Gao L Z. Simulation model of maize phenology. *Jiangsu Journal of Agricultural Science*, 2000, 169(1): 15-21.
- [16] Shen G Q. A nonlinear function of crop development. *Meteorology*, 1980, (6): 9-11.
- [17] Wang A H, Huang C P. The simulation model of potato phenological development. *Chinese Potato*, 2003, 17(2): 74-78.
- [18] Huang C P, Zhang F, Wang A H, *et al.* Dynamic modeling of potato phenological development. *Chinese Journal of Applied Ecology*, 2004, 15(7): 1203-1206.
- [19] Diao C Q. *Crop Cultivation*. Beijing: China Agriculture Press, 1994. 47-57.
- [20] Yang W Y, Tu N M. *Crop Cultivation*. Beijing: China Agriculture Press, 2003. 10-11.

### 参考文献:

- [1] 高亮之,金之庆,黄耀,等. 水稻钟模型-水稻发育动态的计算机模型. *中国农业气象*, 1989, 10(5): 3-9.

- [ 2 ] 郑国清. 浅论对水稻发育期模型的认识. 中国农业气象, 1999, 20(2): 31 ~ 34.
- [ 3 ] 殷新佑. 对预测作物发育的积温法的评价. 作物学报, 1999, 25(4): 474 ~ 482.
- [ 4 ] 殷新佑. 水稻发育温度效应的非线性模型及其应用. 作物学报, 1994, 20(6): 692 ~ 700.
- [ 5 ] 黄冲平, 王爱华, 胡秉民. 作物生长温度效应函数的非线性模型及其比较研究. 生物数学学报, 2004, 19(4): 481 ~ 486.
- [ 6 ] 马富裕, 曹卫星, 张立祯, 等. 棉花生育时期及蕾铃发生发育模拟模型研究. 应用生态学报, 2005, 16(4): 626 ~ 630.
- [ 7 ] 倪纪恒, 罗卫红, 李永秀, 等. 温室番茄发育模拟模型研究. 中国农业科学, 2005, 38(6): 1219 ~ 1225.
- [ 8 ] 曹宏鑫, 张春雷, 李光明, 等. 油菜生长发育模拟模型研究. 作物学报, 2006, 32(10): 1530 ~ 1536.
- [ 9 ] 严美春, 曹卫星, 罗卫红, 等. 小麦发育过程及生育期机理模型研究 I. 建模的基本设想与模型的描述. 应用生态学报, 2000, 11(3): 355 ~ 359.
- [ 10 ] 冯利平, 高亮之, 金之庆, 等. 小麦发育期动态模拟模型的研究. 作物学报, 1997, 23(4): 418 ~ 424.
- [ 13 ] 孟亚利, 曹卫星, 周治国, 等. 基于生长过程的水稻阶段发育与物候期模拟模型. 中国农业科学, 2003, 36(11): 1362 ~ 1367.
- [ 14 ] 孙成明, 庄恒扬, 杨连新, 等. FACE 水稻生育期模拟. 生态学报, 2007, 27(2): 613 ~ 619.
- [ 15 ] 郑国清, 高亮之. 玉米发育期动态模拟模型. 江苏农业学报, 2000, 16(1): 15 ~ 21.
- [ 16 ] 沈国权. 影响作物发育速度的非线性函数. 气象, 1980, (6): 9 ~ 11.
- [ 17 ] 王爱华, 黄冲平. 马铃薯生育进程的计算机模拟模型研究. 中国马铃薯, 2003, 17(2): 74 ~ 78.
- [ 18 ] 黄冲平, 张放, 王爱华, 等. 马铃薯生育期进程的动态模拟研究. 应用生态学报, 2004, 15(7): 1203 ~ 1206.
- [ 19 ] 操权主编. 作物栽培学各论(南方本). 北京: 中国农业出版社, 1994. 47 ~ 57.
- [ 20 ] 杨文钰, 屠乃美主编. 作物栽培学各论(南方本). 北京: 中国农业出版社, 2003. 10 ~ 11.