

干扰条件下捕食者与被捕食者系统动态模型

王宁星, 艾保全, 张学荣

(华南师范大学物理与电信工程学院 广州 510006)

摘要:建立了在干扰条件下捕食者与被捕食者系统动态模型, 得出系统的演化方程和演化曲线及演化相图, 分别讨论了无干扰和有干扰影响情况下物种的演化情况, 说明考虑了干扰后的模型更为合理, 也更有利于物种的进化和新物种的产生。

关键词:捕食者-被捕食者系统; 动态模型; 演化; 干扰

文章编号: 1000-0933(2008)03-1059-05 中图分类号: Q145 文献标识码: A

A dynamic model for the predator-prey system in the presence of environmental fluctuations

WANG Ning-Xing, AI Bao-Quan, ZHANG Xue-Rong

School of Physics and Telecommunication Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510006, China

Acta Ecologica Sinica, 2008, 28(3): 1059 ~ 1063.

Abstract: A dynamic model with the consideration of environmental fluctuations for predator-prey systems is developed. Evolvement curves and phase diagrams are obtained from the model. The system evolvement with and without environmental fluctuations is discussed and compared. The modeling results show that environmental fluctuations may induce species evolution and bring new species into the predator-prey system. Our study strongly suggests that the model can significantly improve the description of predator-prey system dynamics by considering the influence of environmental fluctuations.

Key Words: predator-prey system; dynamic model; evolvement; environmental fluctuations

在同一自然环境中的某两个物种之间共同组成捕食者-被捕食者系统^[1]。由于捕食者-被捕食者系统的复杂非线性过程, 使得该问题的理论研究困难重重。生态学家、数学家对这个系统进行各种数学模型的研究, 去解释它的性质^[1~4]。其中, 对外界干扰, 主要研究的是由于干扰而产生的负面影响^[4]。

本文则从 logistic 生长方程着手, 用噪声来描写外界干扰, 建立了一个在干扰条件下捕食者与被捕食者系统的动态模型。用数学方程及演化曲线和演化相图定量和形象的描述了两物种系统的演化情况, 并对无干扰(理想情况)和有干扰情况进行对比讨论。指出干扰的有利一面: 亦可为物种的进化和新物种的产生提供必要的条件。

1 捕食者-被捕食者系统模型的建立

简单起见, 下面以只有鹿和狼的系统为例进行讨论。假设在草原上只有草、鹿和狼, 在 t 时刻鹿和狼的密度分别为 $x(t)$ 和 $y(t)$ 。假设草原上草资源丰富, 鹿以草为食独立生存, 并按 logistic 生长方式 $dx/dt = r_1 x (1$

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(30600122)

收稿日期: 2007-03-18; 修订日期: 2008-01-20

作者简介: 王宁星(1958 ~), 女, 浙江绍兴人, 讲师, 主要从事力学、生态学研究. E-mail: wangnx@senu.edu.cn

Foundation item: The project was financially supported by National Natural Science Foundation of China (No. 30600122)

Received date: 2007-03-18; **Accepted date:** 2008-01-20

Biography: WANG Ning-Xing, mainly engaged in dynamic and ecology. E-mail: wangnx@senu.edu.cn

$-x/a$) 生长, 其中 r_1 是鹿的增长率, a 代表环境所能容纳的最大鹿的密度。再考虑狼的存在, 使得鹿的增长下降, 假设下降的程度决定于鹿和狼的密度及捕食者发现和进攻猎物的效率, 于是鹿的生长方程 (即猎物方程) 为^[6]:

$$\frac{dx}{dt} = r_1 x \left(1 - \frac{x}{a}\right) - \varepsilon xy \quad (1)$$

式中, ε 反映了狼捕食鹿的能力, 可称为压力常数^[7]。

同样, 对捕食者, 狼离开了鹿就无法生存, 设狼独立存在时的死亡率为 r_2 , 则 $dy/dt = -r_2 y$, 即捕食者按 Lorka-Volterra 模型的指数形式减少。另一方面, 鹿为狼提供了食物, 相当于使狼死亡率降低, 降低的程度同样决定于狼和鹿的密度, 于是狼演化满足的方程变为:

$$\frac{dy}{dt} = -r_2 y + \theta xy \quad (2)$$

式中, θ 反映了鹿对狼的供养能力, 是测度捕食效率的常数^[7]。

当系统趋于稳定时候, 捕食者和被捕食者的密度都不再变化, 即 $dx/dt = 0$ 和 $dy/dt = 0$, 由 (1) 和 (2) 式可得出系统的稳态方程:

$$r_1 x \left(1 - x/a\right) - \varepsilon xy = 0 \quad (3)$$

$$-r_2 y + \theta xy = 0 \quad (4)$$

因若 x, y 为 0, 该捕食者-被捕食者系统不存在, 所以上面两方程可写为:

$$r_1 \left(1 - x/a\right) - \varepsilon y = 0 \quad (5)$$

$$-r_2 + \theta x = 0 \quad (6)$$

其解为:

$$x = r_2 / \theta \quad (7)$$

$$y = r_1 (1 - r_2 / \theta a) / \varepsilon \quad (8)$$

(7)、(8) 式即为系统稳定后, 鹿和狼的密度。其中常数 r_1, r_2, a, ε 和 θ 由具体的情况而定。因 y 必须大于 0, 否则该系统不存在。那么由 (8) 式可知 r_2 要满足 $r_2 < a\theta$ 。

2 不考虑干扰时捕食者-被捕食者系统的演化

为了定性讨论狼和鹿生长的关系, 现取^[7] $r_1 = 1, r_2 = 0.5, a = 50, \varepsilon = 0.1, \theta = 0.02$, 则方程 (1) 和 (2) 可写为:

$$\frac{dx}{dt} = x(1 - 0.02x) - 0.1xy \quad (9)$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.5y + 0.02xy \quad (10)$$

考虑到 x, y 不能为 0, 由 (7) 和 (8) 式可得上两方程不为 0 的解 (即平衡点) 为 $x = 25, y = 7.5$, 即系统稳定后, 鹿的密度为 25, 狼的密度为 7.5。按方程 (9) 和 (10) 得出的狼和鹿随时间演化的结果由图 1 至图 3 给出。

图 1 描述了狼和鹿随时间的演化过程。从图中可以知道, 开始时, 狼和鹿密度的起伏比较大, 这时系统处于“动荡”的状态。随着时间的增长, 密度的起伏越来越小, 大约在 $t = 250$ 单位时间时, 狼和鹿的密度不再变化, 这时系统达到了一个静态的平衡。从图中还可以看到, 狼和鹿密度的稳定值分别为 7.5 和 25, 与上面的讨论一致。

图 2 和图 3 分别给出了狼和鹿在演化过程中的相图的一般表示和矢量表示。从图 2 可以看到, 它们的相图是一条光滑的螺旋线, 从外到里, 逐渐缩小, 最后聚在一点, 这一点对应的坐标为 (25, 7.5)。同样相图的矢量表示也形象地给出了狼和鹿的演化过程, 汇聚中心也在 (25, 7.5), 即到此点后, 系统不再发生变化。

如果不考虑环境所能容纳的最大鹿的密度, 即方程 (1) 为: $dx/dt = r_1 x - \varepsilon xy$, 则鹿和狼的密度是周期性变化的, 相图是一圆^[7]。对上述所取的参数, 其平衡点在 $x = 25, y = 10$ 。与 (1)、(2) 式得出的结果略有差异。

参数 r_1, r_2, a, ε 和 θ 的数值不同, 图形的平衡点或会聚中心将不同。如将 $r_2 = 0.5$ 改为 $r_2 = 0.4$ (其它参

量不变),则可得稳态时 $x=20, y=6$, 即捕食者和被捕食者相图的最后会聚点的坐标为(20, 6)。

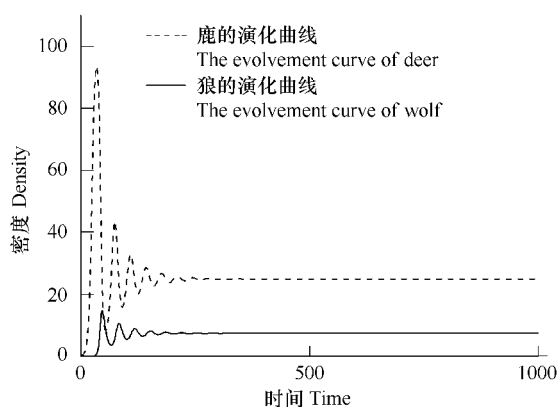


图1 理想情况下狼和鹿随时间的演化曲线

Fig. 1 The evolvement curves of wolf and deer as time in an ideal case

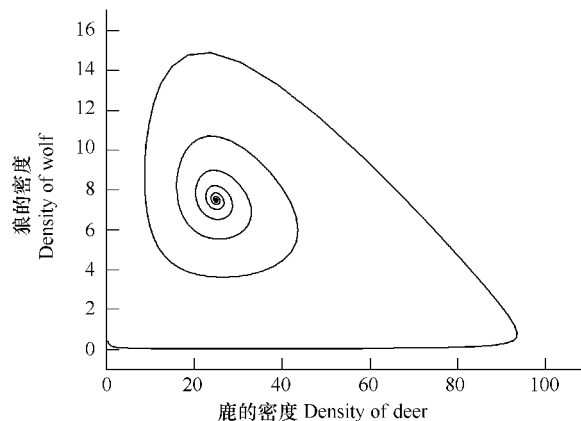


图2 理想情况下狼和鹿的演化相图

Fig. 2 The evolutive phase diagram of wolf and deer in an ideal case

若再将 $\theta=0.02$ 改为 $\theta=0.01$, 则稳态时 $x=40, y=2$, 即捕食者和被捕食者相图会聚点变为(40, 2)。因此,不同的系统最后将演化到各自的平衡点,平衡点的位置由(7)、(8)式来决定。

从图中可以很清楚地知道,系统达到稳定后,狼和鹿的密度不再变化,从生物进化的角度来看,这不利于物种的进化。导致这一结果的原因主要是系统的演化是理想的,不受任何外界干扰的,即无噪声影响。

3 在干扰条件下捕食者-被捕食者系统的动态模型

上面的模型只是一种理想的情况,没有干扰,若要研究外界的干扰和内部的涨落对系统演化的影响,即鹿和狼的演化同时都受到外界的干扰,那么考虑干扰之后的演化方程就变为如下的朗之万(Langevin)方程^[8,9]

$$\frac{dx}{dt} = r_1 x(1 - x/a) - \varepsilon xy + \xi(t) \quad (11)$$

$$\frac{dy}{dt} = -r_2 y + \theta xy + \Gamma(t) \quad (12)$$

式中, ξ 和 Γ 是描写干扰的两个无关联的高斯白噪声,代表外界环境或内部涨落对鹿和狼生长的影响,即噪声的影响。它们满足以下的统计性质^[10]:

$$\langle \xi(t) \rangle = 0 \quad \langle \xi(t) \xi(t') \rangle = 2D\delta(t-t') \quad (13)$$

$$\langle \Gamma(t) \rangle = 0 \quad \langle \Gamma(t) \Gamma(t') \rangle = 2D\delta(t-t') \quad (14)$$

式中, D 为噪声(干扰)的强度。

考虑外界环境干扰对系统演化的影响后,仍取上述参数 $r_1=1, r_2=0.5, a=50, \varepsilon=0.1, \theta=0.02$, 方程(11)和(12)可写为:

$$\frac{dx}{dt} = x(1 - 0.02x) - 0.1xy + \xi(t) \quad (15)$$

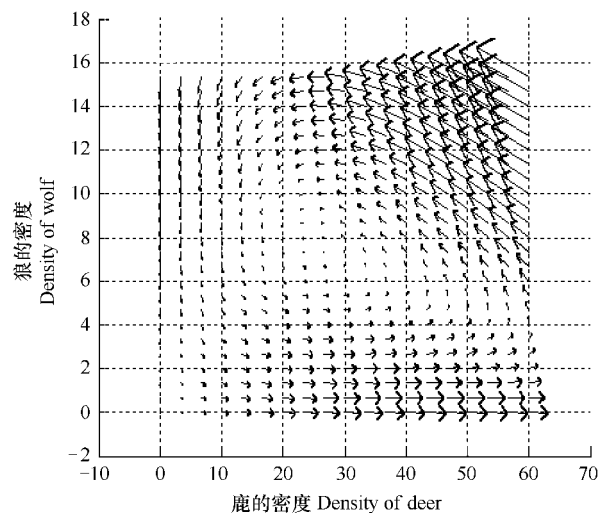


图3 理想情况下狼和鹿的演化相图的矢量场描述

Fig. 3 The evolutive vectorial phase diagram of wolf and deer in an ideal case

矢量的方向代表了系统演化的方向,大小代表了单位时间内狼和鹿密度的改变 The direction of the vector shows the direction of the system evolvement. The magnitude indicates the change of density of wolf and deer in unit time

$$\frac{dy}{dt} = -0.5y + 0.02xy + \Gamma(t) \quad (16)$$

上述方程可更好地描述这一系统。系统的演化结果由图 4 至图 7 给出。

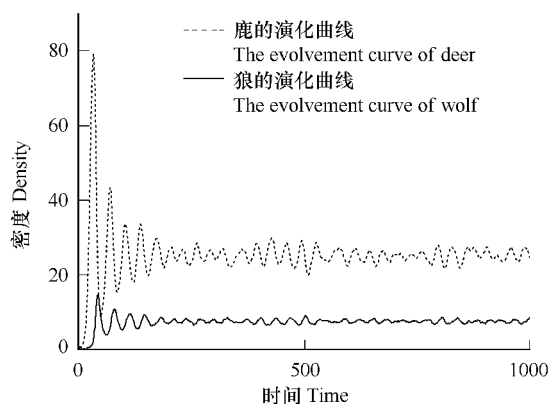


图 4 $D=0.1$ 条件下的演化曲线
Fig. 4 The evolution curves at $D=0.1$

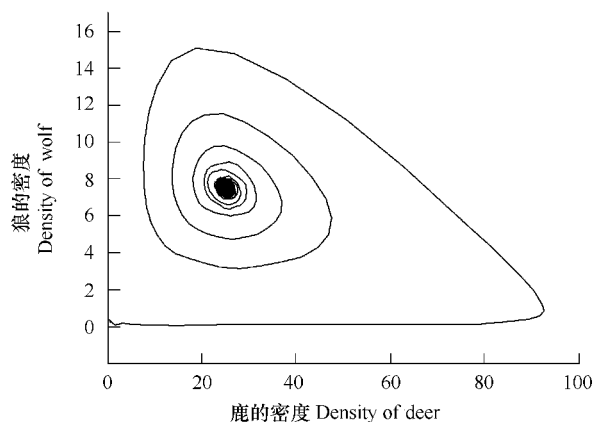


图 5 $D=0.1$ 条件下狼和鹿演化相图
Fig. 5 The evolutionary phase diagram of the wolf and the deer at $D=0.1$

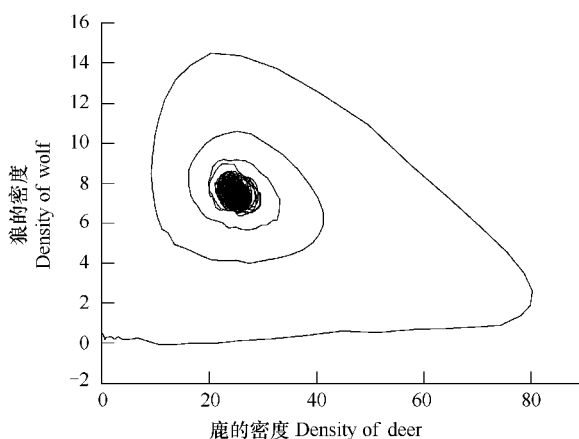


图 6 $D=0.15$ 条件下狼和鹿演化相图
Fig. 6 The evolutionary phase diagram of wolf and deer at $D=0.15$

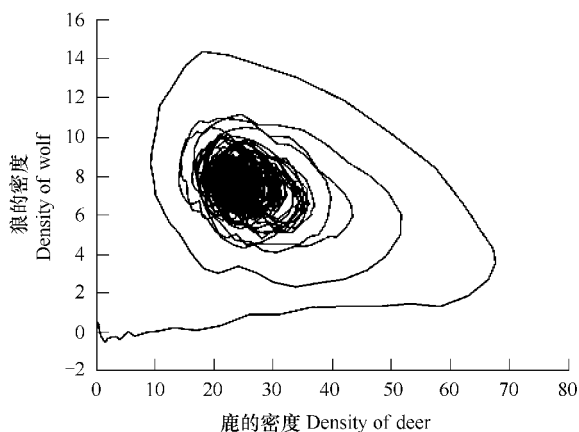


图 7 $D=0.3$ 条件下狼和鹿演化相图
Fig. 7 The evolutionary phase diagram of wolf and deer at $D=0.3$

图 4 描述了狼和鹿在噪声 $D=0.1$ 条件下随时间的演化。在开始阶段,与没有噪声的曲线基本一致(见图 1),这是因为噪声相对于狼和鹿密度的起伏来说比较小,可以忽略。过了这一段时间后,狼和鹿的演化曲线不再是一条直线,而是一系列无规则地起伏的曲线。狼的密度在 7.5 上下波动,而鹿的密度在 25 上下波动。这使得系统达到一个动态的平衡,而这一动态平衡为物种的进化提供了条件。在实际的生物系统中,这种平衡也是动态的,而不是静态的,所以考虑了噪声(干扰)后的模型更为合理。

图 5 至图 7 分别描述了在不同噪声强度下的狼-鹿相图。由图可见,相图的曲线不再是光滑的了,而是一些无规则的折线组成。刚开始还保持了无噪声时候的状态,当达到点(25, 7.5)附近的时候,不再聚集在一点,而是一团“乱麻”。这一团“乱麻”正好体现了狼和鹿的演化不再是静态平衡,而是一个动态的平衡。随着噪声的加强,动态平衡区域越来越大,有可能在很大的噪声强度下,系统的平衡会被彻底打破,比如人类过度的捕猎,以致狼的绝种,或一场突如其来的灾难,导致狼和鹿的命运不可知。所以,对不合理的干扰活动应减少或降低其干扰强度。但另一方面,当系统的平衡被彻底打破时,也有可能也会导致新物种的产生,从而构成一个新的捕食者-被捕食者系统,再达到一个新的动态平衡。

4 结论

本文研究了捕食者-被捕食者系统的模型,分别讨论了系统在理想情况下和干扰条件下的演化曲线和演化相图。研究表明,理想情况下,这个系统的演化将达到一个静态的平衡,这不利于物种的进化和新物种的产生。

而在干扰条件下,系统的演化将达到一个动态的平衡,甚至会彻底破坏平衡,这为物种的进化和新物种的产生提供了必要的条件,所以,考虑了外界干扰(噪声)后的模型更为合理。并为将来政府制定生态系统回复及保护政策等提供科学依据。

References:

- [1] Xu R, Hao F, Chen L. A stage-structured predator-prey model with time delays. *Acta Mathematica Scientia*, 2006, 26A(3): 387.
- [2] Du Y K, Xu R, Duan L J. Qualitative analysis of a ratio-dependent prey model. *Journal of Ordnance Engineering College*, 2007, 2, 76.
- [3] Ye D, Fan M, Zhang W. Existence of positive periodic solution of a predator-prey system. *Journal of Biomathematics*, 2004, 19(2): 161.
- [4] Chen L, Lin Zh, Liang R. The respond of ecological food chain to the disturbance of human activity in grassland. *Journal of Nanjing Normal University*, 2006, 29(4): 117.
- [5] Li B. *Bionomics*. Beijing: Higher Education Press, 2000, 44.
- [6] Ecnu, Bnu, Fudan, *et al.* *Animal bionomics*. Beijing: Peoples Education Press, 1981. 201 — 203.
- [7] Sun R Y. *Principles of animal ecology*. Beijing: Beijing Normal University Press, 2001. 355 — 357.
- [8] Ai B Q, Wang X J, Liu G T, *et al.* Correlated noise in a logistic growth model, *Phys. Rev. E*, 2003, 67: 02290.
- [9] Ai B Q, Wang L Q, Liu L G. Transport reversal in a thermal ratchet. *Phys. Rev. E*, 2005, 72: 031101.
- [10] Su R J. *Statistical physics*. Shanghai: Fudan University Press, 1990. 445.

参考文献:

- [1] 徐瑞,郝飞龙,陈兰荪. 一个具有时滞和阶段结构的捕食-被捕食模型. *数学物理学报*, 2006, 26A(3): 387.
- [2] 杜艳可,徐瑞,段立江. 一类比率型捕食系统的定性分析. *军械工程学院学报*, 2007, 4(2): 76.
- [3] 叶丹,范猛,张伟鹏. 一类捕食者-食饵系统正周期解的存在性. *生物数学学报*, 2004, 19(2): 161.
- [4] 陈玲玲,林振山,梁仁君. 草原生态食物链对人类活动干扰的响应. *南京师范大学学报*, 2006, 29(4): 117.
- [5] 李博. *生态学*. 北京: 高等教育出版社, 2000. 44.
- [6] 华东师范大学,北京师范大学,复旦大学,等. *动物生态学*. 北京: 人民教育出版社, 1981. 201 ~ 203.
- [7] 孙儒泳. *动物生态学原理*. 北京: 北京师范大学出版社, 2001. 355 ~ 357.
- [10] 苏汝铿. *统计物理学*. 上海: 复旦大学出版社, 1990. 445.