

Ripley's $K(d)$ 函数分析种群空间分布格局的边缘校正

汤孟平¹, 唐守正², 雷相东², 张会儒², 洪玲霞², 冯益明²

(1. 新疆农业大学林学院, 乌鲁木齐 830052; 2. 中国林业科学研究院资源信息所, 北京 100091)

摘要: Ripley's $K(d)$ 函数是分析种群空间分布格局最常用的方法, 边缘校正是此方法的关键问题。传统的边缘校正包括 3 种情形: (i) 圆完全包含在样地内; (ii) 圆与样地的一条边相交; (iii) 圆与样地的两条边相交, 并有 2 个或 3 个交点。实际上, 还存在第 (iv) 种情形, 即圆与样地两条边相交有 4 个交点的情形。本文从数学上证明, 传统边缘校正中, 当边缘校正属于第 (iv) 种情形时, 仍按第 (iii) 种情形进行校正, 必然导致权重估计偏大, $L(d)$ 值偏高, 从而影响结果分析。采用我国东北长白山天然云冷杉林样地资料验证了此结论。结果表明, 天然云冷杉林中, 3 个优势种群林木分布格局特点是: 鱼鳞云杉和臭冷杉的分布格局曲线非常相近, 而与椴木的差异较大。原因是鱼鳞云杉和臭冷杉具有相似的生态学特性。椴木在小尺度显著聚集, 因为椴木常在林隙更新。相比较而言, 建群种云冷杉分布的均匀程度要比椴木高。

关键词: 种群; 空间分布格局; Ripley's $K(d)$ 函数; 边缘校正

Edge correction of Ripley's $K(d)$ function on population spatial pattern analysis

TANG Meng-Ping¹, TANG Shou-Zheng², LEI Xiang-Dong², ZHANG Hui-Ru², HONG Ling-Xia², FENG Yi-Ming² (1. College of Forestry, Xinjiang Agricultural University, Urumqi 830052, China; 2. The Research Institute of Forest Resource Information Technique, CAF, Beijing 100091, China). *Acta Ecologica Sinica*, 2003, 23(8): 1533~1538.

Abstract: Ripley's $K(d)$ function is an important analysis tool for study of population spatial pattern, and method of edge correction is a key part of the tool. Traditionally, there are three cases which the edge correction need to be done: (i) the circle is entirely contained in the plot; (ii) the circle intersects the plot on one side; (iii) the circle intersects two boundaries of the plot with two or three points. However, there exists still another case that the circle intersects two boundaries of the plot with four intersection points. It is proved mathematically in this paper, when the relationship between circle and plot belongs to the fourth case, but edge correction is still conducted on the regulation of the third case, the correction weight will certainly uprise, lead to an enlarged $K(d)$ estimation, and the reliability of analysis will be reduced. This is an unsolved theoretical weakness. An improved method of edge correction that overcomes this weakness is tested in this paper.

基金项目: 国家“十五”攻关资助项目(2001BA510B0701); 国家自然科学基金资助项目(39870612, 30070620)

收稿日期: 2002-12-10; **修订日期:** 2003-04-30

作者简介: 汤孟平 (1964~), 男, 湖南人, 博士, 副教授, 主要从事森林经理学教学和森林空间分析与优化模型研究。

Foundation item: The National Key Technologies R and D Programme of China During the Tenth Five-Year Plan Period (No. 2001BA510B071) and National Natural Science Foundation of China (No. 39870612, 30070620)

Received date: 2002-12-10; **Accepted date:** 2003-04-30

Biography: 汤孟平, Ph. D., Associate professor, main research field: forest spatial structure analysis and optimal management model.

A sampling plot of $50 \times 40 \text{ m}^2$ has been established in unmanaged spruce-fir forest in Changbei Mountain of Northeast China since 1986, and rectangular grids of $10 \times 10 \text{ m}^2$ were set in 2002. Coordinates of all trees over 5 cm DBH and other parameters were measured. These data are used to test the improved method of edge correction. Spatial pattern characteristics of three dominant tree species, *Picea jezoensis*, *Abies nephrolepis* and *Tilla amurensis*, are analysed. As results, spatial patterns of *Picea jezoensis* and *Abies nephrolepis* are similar, and significantly different from *Tilla amurensis*. The reason is that *Picea jezoensis* and *Abies nephrolepis* have similar ecological characteristics. The spatial pattern of *Tilla amurensis* is significantly clustered at small scales due to the species habit of regenerating in forest gap. In comparison with *Tilla amurensis*, the spatial patterns of *Picea jezoensis* and *Abies nephrolepis* tend to be more regular.

Key words: plant population; spatial pattern; Ripley's $K(d)$; edge correction

文章编号:1000-0933(2003)08-1533-06 中图分类号:Q143 文献标识码:A

种群的空间格局分析是研究种群特征、种群间相互作用以及种群与环境关系的重要手段,在生态学中一直是研究的热点之一^[1]。一般,种群的空间分布格局包括随机分布、聚集分布和均匀分布 3 种形式。最近邻体分析和 Ripley's $K(d)$ 函数是分析种群空间分布格局的两种主要方法^[2]。由于 Ripley 所提出的 $K(d)$ 函数可以分析任意尺度的空间分布格局^[3]。所以 Ripley's $K(d)$ 函数成为分析种群空间分布格局最常用的方法^[4~8]。用 Ripley's $K(d)$ 函数进行种群空间分布格局分析的关键是边缘校正,但传统的边缘校正^[2,7]存在权重估计偏大的现象,从而影响结果分析。本文重点讨论 Ripley's $K(d)$ 函数的传统边缘校正及存在问题,提出改进方法,并用实例进行验证。

1 Ripley's $K(d)$ 函数分析的基本理论

Ripley's $K(d)$ 函数分析就是把种群的植物个体视为平面上的一个点,根据点坐标绘制点图,以点图为基础分析种群空间分布格局。这种格局又称点格局^[1]。

设 n 是样地内植物个体数, A 是样地面积, Ripley's $K(d)$ 函数定义为^[2,7]:

$$K(d) = A \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\delta_{ij}(d)}{n^2} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j, d_{ij} \leq d, \tag{1}$$

式中, n 植物个体数, d 距离尺度, d_{ij} 是植物个体 i 与个体 j 之间的距离, A 样地面积, $\delta_{ij}(d) = \begin{cases} 1 & \text{如果 } d_{ij} \leq d \\ 0 & \text{如果 } d_{ij} > d \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j$ 。

Besag^[2]提出用 $L(d)$ 取代 $K(d)$, 并对 $K(d)$ 作开平方的线性变换, 以保持方差稳定。在随机分布的假设下 $L(d)$ 的期望值等于 0, $L(d)$ 为:

$$L(d) = \sqrt{\frac{K(d)}{\pi}} - d \tag{2}$$

$L(d)$ 与 d 的关系图可用于检验依赖于尺度 d 的种群分布格局。如果 $L(d)$ 小于随机分布下的期望值, 即是负值, 则可认为种群有均匀分布趋势; 相反, $L(d)$ 大于期望值, 即是正值, 则种群有聚集分布趋势; 否则为随机分布。

2 边缘校正及存在问题

由于(1)式没有考虑样地边缘的影响, $K(d)$ 值偏低^[7]。这是因为在样地边缘, 满足条件的成对植物个体可能跨越样地边界, 即其中一个位于样地之外, 用(1)式计算时, 这种情况就被排除在外, 导致 $K(d)$ 值偏低。因此, 必须对(1)式进行校正。

Ripley 用权重 $w_{ij}(d)$ 取代 $\delta_{ij}(d)$ 进行边缘校正。方法是以植物个体 i 为中心, 以到个体 j 的距离 d_{ij} 为半径画圆, 权重数据等于该圆在样地内的周长部分与整个周长之比的倒数^[2]。

设 d_{ij} 是植物个体 i 与 j 之间的距离, 在满足 $d_{ij} \leq d$ 的前提下 ($i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j, n$ 是植物个体总数,

d 是距离尺度),对具有直线边界的样地,一般认为有 3 种边缘校正情形^[2,7](图 1):圆完全包含在样地内;圆与样地的一条边相交;圆与样地的两条边相交。Moeur 把第二种情形的条件叙述为 $d_{ij}^2 \leq d_{ix}^2 + d_{iy}^2$ ^[2](原文分别用 d 、 d_{ib1} 和 d_{ib2} 表示),显然是不正确的。因为当满足条件 $d_{ij}^2 \leq d_{ix}^2 + d_{iy}^2$ 时,圆有可能与两条边相交(图 2)。Hanus 等纠正了这个错误,把 3 种传统的边缘校正情形归纳为^[7]:

(i)当圆完全包含在样地内时,即 $d_{ij} \leq d_{ib}$ (图 1a),权重

$$w_{ij}(d) = 1 \tag{3}$$

(ii)当圆与样地一条边相交,即 $d_{ij} > d_{ib}$,不等式 $d_{ix} < d_{ij}$ 与 $d_{iy} < d_{ij}$ 中有且只有一个成立(图 1b),权重

$$w_{ij}(d) = \left\{ 1 - \left[\arccos\left(\frac{d_{ib}}{d_{ij}}\right) \cdot \frac{1}{\pi} \right] \right\}^{-1} \tag{4}$$

(iii)当圆与样地的两条边相交,有 2 个或 3 个交点时,即 $d_{ij} > d_{ib}$,不等式 $d_{ix} < d_{ij}$ 与 $d_{iy} < d_{ij}$ 同时成立(图 1c),权重

$$w_{ij}(d) = \left\{ 1 - \left[\arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right) + \frac{\pi}{2} \right] \cdot \frac{1}{2\pi} \right\}^{-1} \tag{5}$$

式中, d_{ix} 植物个体 i 到 x (横)边的最近距离, d_{iy} 植物个体 i 到 y (纵)边的最近距离, d_{ib} 样地内植物个体 i 到最近邻边的距离, $d_{ib} = \min(d_{ix}, d_{iy})$, d 距离尺度, d_{ij} 植物个体 i 到个体 j 之间的距离。

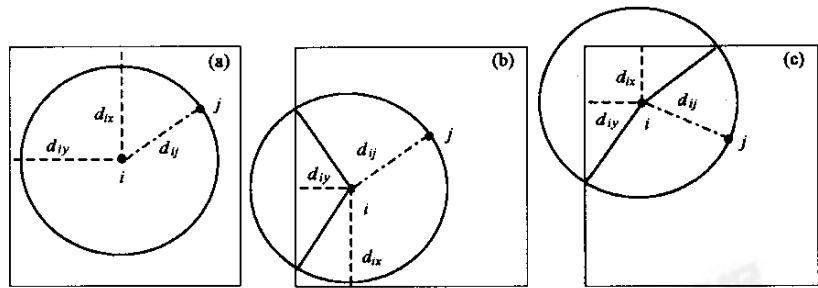


图 1 传统边缘校正的 3 种情形

Fig. 1 Three possible cases of traditional edge correction

a. 圆完全包含在样地内; b. 圆与一条边相交; c. 圆与两条边相交, 有 2 个或 3 个交点; i 、 j 是植物个体编号; d_{ix} 、 d_{iy} 分别是个体 i 到 x 边和 y 边的最近距离; d_{ij} 是植物个体 i 到 j 的距离 a. The circle is entirely contained in the plot; b. The circle intersects the plot on one side; c. The circle intersects the plot on two sides with two or three points; i and j are individual number; d_{ix} or d_{iy} are the nearest distance from individual i to axis x or individual j to axis y ; d_{ij} is the distance between individual i and j .

通过分析发现,情形(iii)不全面。因为情形(iii)仅列出圆与两条边相交,分别只有 1 个交点的情形(如果圆过角顶点,则共有 3 个交点)。实际上,还存在圆与两条边相交每条边有 2 个交点,共 4 个交点的情形(图 2),这时就不能用(5)式计算权重。但是,以往的研究都用(5)式计算权重^[2,7],结果有偏差。容易证明,当出现如图 2 所示情形时,按(5)式计算权重必然偏大。

图 2 中圆的周长被样地边界分割成 4 部分。假设位于样地外的两个不相连部分的弧长之和等于 L_1 :

$$L_1 = 2d_{ij} \cdot \left[\arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right) \right]$$

圆周长 $L = 2\pi d_{ij}$ 。根据 $w_{ij}(d)$ 的定义,权重应当为:

$$w_{ij}(d) = \frac{L}{L - L_1} = \left\{ 1 - \left[\arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right) \right] \cdot \frac{1}{\pi} \right\}^{-1} \tag{6}$$

下面将证明,在图 2 情形下,按(5)式计算的权重大于按(6)式计算的权重。根据图 2 可知:

万方数据

$$\arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right) < \frac{\pi}{2} \tag{7}$$

把(7)式两端加 $\arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right)$, 再乘以 d_{ij} , 有:

$$2d_{ij} \cdot \left[\arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right) \right] <$$
$$d_{ij} \cdot \left[\frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right) \right] \quad (8)$$

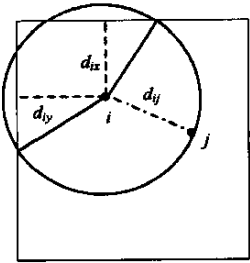


图2 圆与两条边相交有4个交点

Fig. 2 The circle intersects the plot on two sides with four points

i, j 是植物个体编号; d_{ix}, d_{iy} 是个体 i, j 到 x 边和 y 边的最近距离; d_{ij} 是植物个体 i 到 j 的距离 i 和 j are individual number; d_{ix} or d_{iy} are the nearest distance from individual i to axis x or individual j to axis y ; d_{ij} is the distance between individual i and j

可见, (8) 式的左端就是 L_1 , 令 (8) 式的右端为 L_2 :

$$L_2 = d_{ij} \cdot \left[\frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right) \right]$$

则有 $L_1 < L_2$, 所以:

$$\frac{L}{L - L_1} < \frac{L}{L - L_2} \quad (9)$$

把 L, L_1, L_2 分别代入 (9) 式, 得到:

$$\left\{ 1 - \left[\arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right) \right] \cdot \frac{1}{\pi} \right\}^{-1} <$$
$$\left[1 - \left\{ \arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right) + \frac{\pi}{2} \right\} \cdot \frac{1}{2\pi} \right]^{-1} \quad (10)$$

可见, (10) 式的左端即权重 (6) 式, 右端即权重 (5)

式。这就证明了在图 2 情形下用 (5) 式计算权重有偏高现象, 从而导致 $L(d)$ 值偏高。

因此, 必须把情形 (iii) 分解为两种情况才能得到正确的边缘校正。改进后的边缘校正应包括 4 种情形:

(i) 和 (ii) 与传统校正相同;

(iii) 当圆与样地的两条边相交, 有 2 个或 3 个交点时, 即 $d_{ij} > d_{ib}$, 不等式 $d_{ix} < d_{ij}$ 与 $d_{iy} < d_{ij}$ 同时成立,

且 $\arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right) \geq \frac{\pi}{2}$ (图 1c), 权重:

$$w_{ij}(d) = \left\{ 1 - \left[\arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right) + \frac{\pi}{2} \right] \cdot \frac{1}{2\pi} \right\}^{-1} \quad (11)$$

(iv) 当圆与样地的两条边相交, 有 4 个交点时, 即 $d_{ij} > d_{ib}$, 不等式 $d_{ix} < d_{ij}$ 与 $d_{iy} < d_{ij}$ 同时成立, 且

$\arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right) < \frac{\pi}{2}$ (图 2), 权重:

$$w_{ij}(d) = \left\{ 1 - \left[\arccos\left(\frac{d_{ix}}{d_{ij}}\right) + \arccos\left(\frac{d_{iy}}{d_{ij}}\right) \right] \cdot \frac{1}{\pi} \right\}^{-1} \quad (12)$$

式中, 各符号含义与前文相同。

考虑边缘校正后, (1) 式变为:

$$K(d) = A \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{w_{ij}(d)}{n^2} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j, d_{ij} \leq d \quad (13)$$

式中, n 植物个体数, d 距离尺度, d_{ij} 植物个体 i 与 j 之间的距离, w_{ij} 植物个体 i 与 j 之间的校正权重, A 样地面积。

3 研究实例

3.1 样地调查与数据预处理

天然云冷杉林 (Form. *Picea jezoensis*, *Abies nephrolepis*) 是以鱼鳞云杉 (*Picea jezoensis*) 和臭冷杉 (*Abies nephrolepis*) 为建群种而构成的森林类型, 在我国东北东部山地形成暗针叶林, 是长白山的主要森林类型之一^[9]。为研究天然云冷杉林的种群分布格局, 2002 年 8 月于吉林省汪清林业局金沟岭林场进行实地调查, 样地大小为 $50 \times 40 \text{ m}^2$ 。样地建于 1986 年, 但从未进行过基于林木位置信息的空间结构研究。本次调查把样地分割成 $5 \text{ m} \times 5 \text{ m}$ 的方形网格, 以每个网格为调查单元, 样地长边为 x 轴, 短边为 y 轴。记录 DBH (Diameter at breast height) 大于或等于 5 cm 的树木在网格中的 xy 坐标、树种、胸径、树高和冠幅等因子。把

每株树木的调查数据输入计算机,将每株树木在网格中的坐标换算成统一坐标,为分布格局分析作准备。样地共有 147 株树木,其中:鱼鳞云杉(*Picea jezoensis*)38 株、臭冷杉(*Abies nephrolepis*)31 株、椴木(*Tilla amurensis*)22 株、红松(*Pinus koraiensis*)16 株、水曲柳(*Fraxinus mandshurica*)4 株、榆树(*Ulmus propinqua*)2 株、色木槭(*Acer mono maxim*)9 株、枫桦(*Betula costata*)5 株和杂木 20 株。显然,该云冷杉林是混交林,鱼鳞云杉、臭冷杉和椴木是混交林的优势种群,其林木分布见图 3a、3b 和 3c。

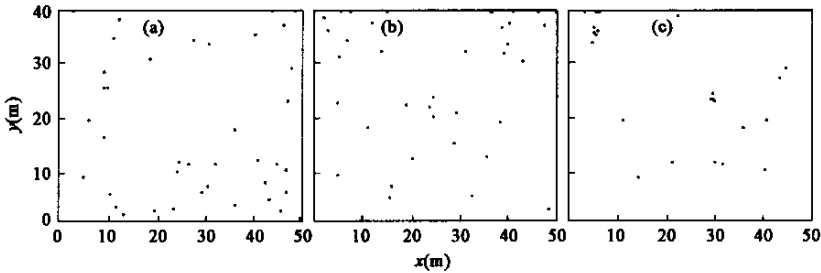


图 3 3 个优势种的林木分布图

Fig. 3 Mapped point pattern of three dominant species

a. 鱼鳞云杉 *Picea jezoensis*; b. 臭冷杉 *Abies nephrolepis*; c. 椴木 *Tilla amurensis*

3.2 结果分析

编制用 Ripley’s $K(d)$ 函数分析种群分布格局的程序进行统计分析。

3.2.1 边缘校正对比分析 用鱼鳞云杉种群(图 3a)验证上述已证明的结论。图 4 显示传统校正和改进校正的对比分析。横坐标 d 是距离尺度,纵坐标是 $L(d)$ 。实线是改进校正的 $L(d)$ 值,一长两短虚线是传统校正的 $L(d)$ 值。等长虚线是用蒙特卡罗法产生的 $L(d)$ 置信区间上、下限即包迹线^[1],置信度为 90%。

由图 4 可见,在小距离尺度($<10\text{m}$),两种边缘校正差别不大。随距离尺度 d 的增加($>10\text{m}$),两种边缘校正的差异逐渐显示出来,表明传统校正的 $L(d)$ 值偏高。因为小尺度时,位于样地 4 个角需要进行边缘校正的林木较少,对 $L(d)$ 值影响不大,所以差异不明显。随距离尺度 d 的增大,出现图 2 所示与两条边相交的圆增多,传统校正必然导致 $L(d)$ 值偏高,这就验证了已证明的结论。用其它两个优势种群可得到同样结论。

3.2.2 林木空间分布格局 采用改进校正方法进行边缘校正,并判别 3 个优势种群的分布格局。一般地,如果种群 $L(d)$ 值落入上下包迹线内,说明林木未显著偏离随机分布; $L(d)$ 值大于上包迹线,则呈显著聚集分布; $L(d)$ 值小于下包迹线,则呈显著均匀分布^[1,2]。

图 5 显示鱼鳞云杉、臭冷杉和椴木种群林木分布格局。鱼鳞云杉(图 3a)在距离尺度 $0\sim2\text{m}$ 和 $15\sim20\text{m}$,林木呈均匀分布趋势;在 $2\sim15\text{m}$ 距离尺度,林木有聚集分布趋势。但均不显著。表明,鱼鳞云杉主要呈随机分布。臭冷杉(图 3b)在距离尺度 $0\sim2\text{m}$ 和 $15\sim20\text{m}$,林木呈均匀分布趋势,但不显著;在 $2\sim15\text{m}$ 距离尺度,林木有聚集分布趋势,在 $5.7\sim6.4\text{m}$ 和 $9.2\sim10.5\text{m}$ 距离尺度呈显著聚集分布,但距离尺度范围较小。表明,臭冷杉主要呈随机分布。椴木(图 3c)在距离尺度 $0\sim6\text{m}$,林木呈显著聚集分布;在 $6\sim20\text{m}$ 距离尺度,主要呈均匀分布趋势。

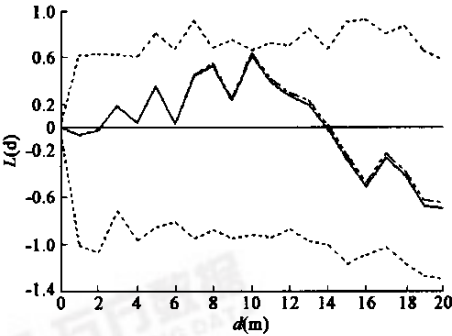


图 4 边缘校正对比分析

Fig. 4 Comparison analysis of edge correction

---上下包迹线 envelopes —改进校正 improved correction ---传统校正 traditional correction

从图 5 可以看出,鱼鳞云杉和臭冷杉的分布格局曲线非常相近,而与椴木的差异较大。原因是鱼鳞云

和臭冷杉具有相似的生态学特性如均耐阴湿^[9],因而在林木分布上也表现出相似性。椴木分布的特点是在小尺度显著聚集,这是因为相对喜光的椴木常在针叶树之间的林隙更新,所以林木有团状分布现象。相比较而言,鱼鳞云杉和臭冷杉建群种的聚集尺度要大于椴木,林木分布的均匀程度要比椴木高。这种分布格局有利于建群种鱼鳞云和冷杉充分占据空间生态位,对群落的进展演替有重要作用。

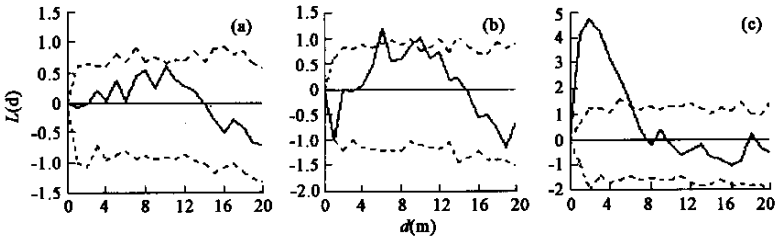


图 5 3 个优势种的林木分布格局

Fig. 5 Spatial pattern of three dominant species

—— $L(d)$ 曲线 $L(d)$ curve; --- 上下包迹线 envelopes

a. 鱼鳞云杉 *Picea jezoensis*; b. 臭冷杉 *Abies nephrolepis*; c. 椴木 *Tilla amurensis*

4 结论与讨论

Ripley's $K(d)$ 函数在国内外被广泛应用于种群空间分布格局研究。边缘校正正是用 Ripley's $K(d)$ 函数分析种群空间分布格局的关键问题。但传统的边缘校正忽视了圆与样地两条边相交有 4 个交点的情形,导致权重估计偏大, $L(d)$ 值偏高,影响结果的正确分析。本文指出传统边缘校正中存在的问题,从数学上证明并得出 $L(d)$ 值必然偏大的结论。最后用一个天然云冷杉林样地资料验证了此结论。

结果表明,天然云冷杉林中,3 个优势种群林木分布格局特点是:鱼鳞云杉和臭冷杉的分布格局曲线非常相近,而与椴木的差异较大。这是因为鱼鳞云杉和臭冷杉具有相似的生态学特性。椴木在小尺度显著聚集,因为椴木常在林隙更新。相比较而言,建群种云冷杉分布的均匀程度要比椴木高。

边缘校正与样地的选取有关,当样地中位于 4 个角的林木较多时,涉及第(iv)种情形的校正也多,传统校正与改进校正的差异就大;否则,差异就小。但必须强调,本文所指出的问题是一个理论上存在的问题,无论怎样选取样地,都应予以纠正。

References:

[1] Zhang J T. Analysis of spatial point pattern for plant species. *Acta Phytoecologica Sinica*, 1998, **22**(4): 344~349.
[2] Moerur M. Characterizing spatial patterns of trees using stem-mapped data. *Forest Science*, 1993, **39**(4): 756~775.
[3] Ripley B D. Modelling spatial patterns. *J. R. Stat. Soc. B.*, 1977, **39**: 172~192.
[4] Szwagrzyk J. Small-scale patterns of trees in a mixed *Pinus sylvestris*-*Fagus sylvatica* forest. *Forest ecology and management*, 1992, **51**: 301~315.
[5] Cressie N A. *Statistics for spatial data*. Wiley, New York, 1993. 900.
[6] Batista J and Maguire D. Modeling the spatial structure of tropical forests. *Forest ecology*, 1998, **110**: 293~314.
[7] Hanus M, Hann D W and Marshall D D. Reconstructing the spatial pattern of trees from routine stand examination measurements. *Forest science*, 1998, **44**(1): 125~133.
[8] Wells M L and Getis A. The spatial characteristics of stand structure in *Pinus torreyana*. *Plant Ecology*, 1999, **143**: 153~170.
[9] Xing S P. *Jilin Forest*. Changchun: Jilin Science and Technology Press, 1988. 178~193.

参考文献:

[1] 张金屯. 植物种群空间分布的点格局分析. *植物生态学报*, 1998, **22**(4): 344~349.
[9] 邢邵朋. 吉林森林. 长春: 吉林科学技术出版社, 1988. 178~193.